COLEGIO DE BACHILLERES

TERCER
SEMESTRE

[Guía de estudio]

Matemáticas III

PLAN 2014
ACTUALIZADO

https://huelladigital.cbachilleres.edu.mx

PLAN 2014

ACTUALIZADO

CRÉDITOS

Autores:

Prof. José de Jesús Vega Alarcón
Profa. Cristina Ibáñez Martínez
Prof. Enrique Martínez Ramírez

Coordinadora:

Aimé García Vázquez

*

PRESENTACIÓN

Con la finalidad de acompañar el trabajo con el plan y programas de estudio vigentes, además de brindar un recurso didáctico que apoye al cuerpo docente y al estudiantado en el desarrollo de los aprendizajes esperados; el Colegio de Bachilleres desarrolló, a través de la Dirección de Planeación Académica y en colaboración con el personal docente de los veinte planteles, las guías de estudio correspondientes a las tres áreas de formación: básica, específica y laboral.

Las guías pretenden ser un apoyo para que las y los estudiantes trabajen de manera autónoma con los contenidos esenciales de las asignaturas y con las actividades que les ayudarán al logro de los aprendizajes; el rol del cuerpo docente como mediador y agente activo en el aprendizaje del estudiantado no pierde fuerza, por el contrario, se vuelve fundamental para el logro de las intenciones educativas de este material.

Las guías de estudio también son un insumo para que las y los docentes lo aprovechen como material de referencia, de apoyo para el desarrollo de sus sesiones; o bien como un recurso para la evaluación; de manera que, serán ellos, quienes a partir de su experiencia definirán el mejor uso posible y lo adaptarán a las necesidades de sus grupos.

El Colegio de Bachilleres reconoce el trabajo realizado por el personal participante en la elaboración y revisión de la presente guía y agradece su compromiso, entrega y dedicación, los cuales se reflejan en el servicio educativo pertinente y de calidad que se brinda a más de 90,000 estudiantes.

INTRODUCCIÓN

La comprensión de las Matemáticas te brinda las herramientas para interpretar el entorno a través de la cuantificación, medición y descripción por medio de ecuaciones y funciones. Una vez que se entiende un concepto matemático, el entorno se mirará de manera diferente. Las aplicaciones matemáticas se pueden observar en cada aspecto de la vida diaria, en la cuenta de las compras, en la construcción de un edificio, en los registros de las calificaciones de los estudiantes, en la evolución de una enfermedad, entre otros.

La asignatura de Matemáticas III podrás aplicar la geometría de la recta y las cónicas e identificar sus características, elementos, similitudes y diferencias, a la formulación y resolución de problemas por medio de métodos gráficos o analíticos, así como la interpretación y argumentación de la solución.

Este material constituye un apoyo para el momento de contingencia y tiene la intención de contribuir a que logres adquirir los aprendizajes comprendidos la asignatura de Matemáticas III.

Es recomendable que al momento de estudiar atiendas las siguientes recomendaciones:

- Se constante en el estudio de la asignatura
- Establece un horario fijo
- Reduce o elimina las distracciones
- Dedica un tiempo exclusivo para el estudio
- Designa un espacio particular para tu estudio
- Organiza cuáles serán los temas que vas a estudiar
- Realiza anotaciones y sigue los procedimientos de manera activa, es decir, reprodúcelos y compruébalos por tu cuenta
- Anexa hojas si lo consideras necesario
- Ten a la mano una calculadora científica y explórala con el fin de conocer su funcionamiento
- Si se te presentan dudas, repasa el contenido o consulta el material recomendado en la sección ¿Quieres conocer más?

ÍNDICE

CORTE DE APRENDIZAJE 3

CORTE 1

LUGARES GEOMÉTRICOS BÁSICOS: LA RECTA Y LA CIRCUNFERENCIA

Aprendizajes esperados:

- Ubica en el plano – en distintos cuadrantes – y localizan puntos en los ejes y los cuadrantes mediante sus coordenadas.
- Interpreta y construye relaciones algebraicas para lugares geométricos. Ecuación general de los lugares geométricos básicos.

PROPÓSITO

Al término del corte representarás problemas en un sistema de referencia cartesiano, los lugares geométricos básicos, con el fin de modelar fenómenos y analizar situaciones que puedan representarse gráfica y analíticamente.

RECOMENDACIÓN

Te sugerimos, revises los aprendizajes esperados antes de iniciar con el estudio del corte, realiza las anotaciones que sean necesarias.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Para que logres desarrollar los aprendizajes esperados correspondientes a este corte; es importante que reactives los siguientes conocimientos:

- Suma y resta algebraica
- Multiplicación algebraica
- Desarrollo de binomio al cuadrado
- Desarrollo de binomios con término común
- Desarrollo de binomios conjugados
- Factorización de trinomios cuadrados
- Factorización de diferencias de cuadrados
- Factorización por factor común
- Conceptos básicos de geometría plana

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Con la finalidad de conocer tus habilidades, el dominio de los conocimientos previos y que reconozcas fácilmente tus dudas, resuelve los ejercicios que conforman la Evaluación Diagnóstica.

1. Simplifica la expresión:
   $6ax + 4m^2 - 6m^2 - 3ax + b^2$=

2. Resuelve los siguientes productos:
   a) $(2x\ +\ 5)(3w\ -\ 7) =$

   b) $(5x\ +\ 7)(-2x\ -5) =$

3. Resuelve los siguientes productos notables
   a) $(2y - 4\ )^2 =$

   b) $(-w + 4\ )^2 =$

   c) $(-3x + 6\ )(-3\ x - 6\ ) =$

d) $(5m + 8)(5m - 8) =$

e) $(x - 3)(x + 4) =$

f) $(k - 5)(k + 7) =$

4. Factoriza los siguientes polinomios.
   a) $4x^3y^2 - 12x^2y + 16xy$

   b) $9x^2 - 25y^2$

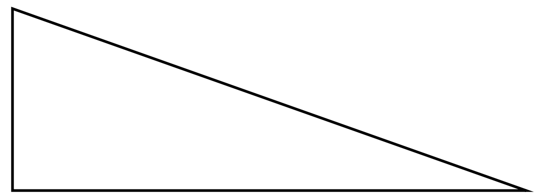
   c) $6w^2 - 54$

   d) $49x^2 + 70x + 25$

   e) $25x^2 - 70xy + 49y^2$

   f) $x^2 - 3x - 10$

5. Define los conceptos enlistados y representa en la siguiente figura cada uno de ellos.



a) Punto:

b) Recta:

c) Plano:

d) Ángulo:

e) Perímetro:

f) Área:

https://www.youtube.com/watch?v=FDZ18L6kooQ
https://www.youtube.com/watch?v=6-1NJt3-lTg
https://youtu.be/G-ym95yl3Es
https://youtu.be/TsBWIp2-1fg
https://youtu.be/-tS50MayXiE
https://youtu.be/LIrHcJAmplo

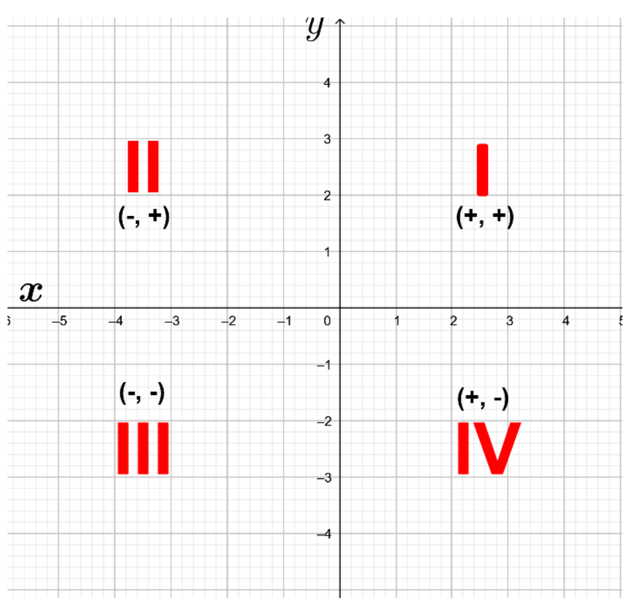
A continuación, encontrarás una serie de contenidos que te servirán de apoyo para el logro del propósito del corte 1.

Sistema de Coordenadas

Ubicar objetos en el espacio o dentro del plano, resulta complicado si no se cuenta con referencias claras y estandarizadas, por ejemplo, en las ciudades para ubicar los domicilios, nos auxiliamos de calles, números, colonias, etc. En matemáticas se utilizan diversos sistemas, siendo el sistema de coordenadas cartesianas el más común.

El plano cartesiano está formado por dos rectas perpendiculares entre sí, a las que se les denomina ejes, por convenio una de ellas es horizontal y la otra vertical, y cada punto ubicado en el plano está determinado por la distancia perpendicular de dicho punto a cada uno de los ejes.

El objetivo del plano cartesiano es describir la posición de los puntos, la cual está determinada por dos valores, a los que se les conoce como coordenadas: (x, y). El primero de ellos da la ubicación en el eje horizontal y el segundo la ubicación en el eje vertical. De acuerdo con lo anterior, a todo punto del plano corresponden siempre un par de números reales ordenados (abscisa y ordenada), y recíprocamente, a un par ordenado de números corresponde un único punto del plano.

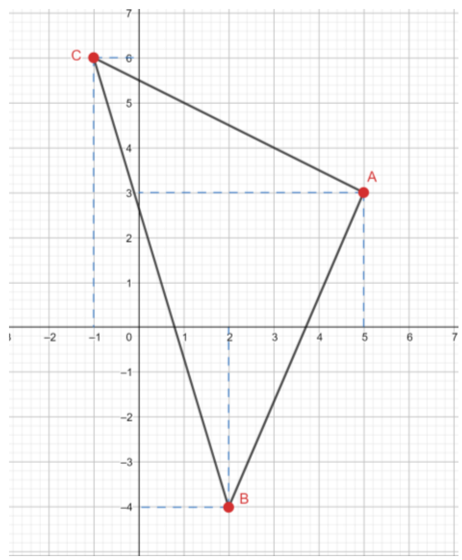


El punto donde ambos ejes se cruzan, se le conoce como origen coordenadas. y tiene como coordenadas $(0,0)$

En el eje horizontal, las coordenadas positivas significan que la distancia se toma hacia la derecha del cero, mientras que el signo negativo indica que la distancia se toma hacia la izquierda a partir del cero. Para la ordenada, el signo positivo indica la distancia que se toma hacia arriba del cero, sobre el eje vertical, siendo hacia abajo si el signo de la coordenada es negativo. Los puntos que se encuentran sobre el eje de abscisas tienen por ordenada 0, así que tendrán la forma $(x, 0)$, y los del eje de las ordenadas el valor de la abscisa será igual a 0, por lo que tendrán la forma $(0, y)$.

Ejemplo:

Ubica dentro del plano, los siguientes vértices y realizar el trazo para completar la figura $A\ (5, 3),\ \ B\ (2, -4),\ C\ (-1, 6)$



Observa, que al graficar cada uno de los puntos, la primera coordenada es la referencia del eje horizontal y la segunda es la referencia en el eje vertical. Es importante que consideres el signo de cada coordenada para establecer qué parte de los ejes se va a utilizar. Por ejemplo, para el punto B (2, -4), la primera coordenada, la abscisa, es 2, por lo que está alineado a ese valor en el eje x, que está en la parte derecha del eje. El segundo valor, la ordenada, es -4 que se encuentra en la parte inferior del eje y, por lo que el punto B, se ubica en la intersección de las rectas perpendiculares al eje que se trazan en 2 y -4 de los ejes x e y respectivamente.

CONOCE +

https://youtu.be/kzOzYY-T-50
https://youtu.be/XtCthrtTdDY

Actividad de aprendizaje 1

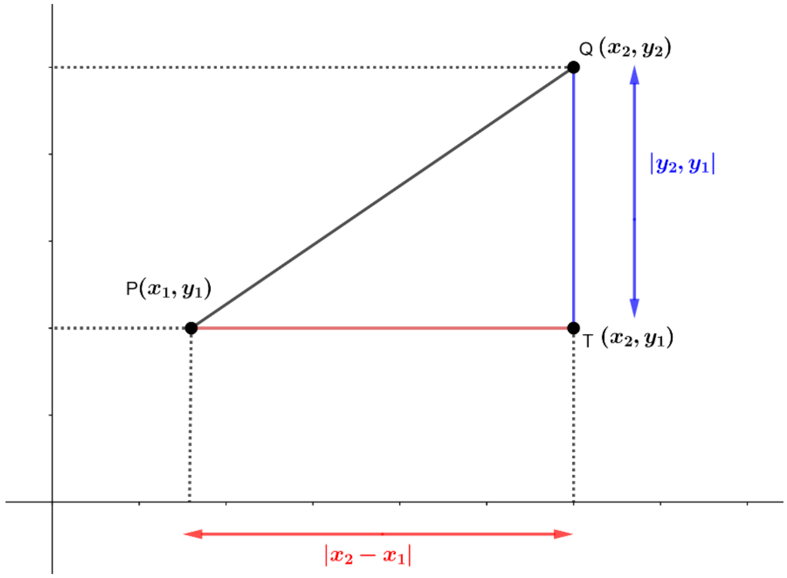
Ubica los siguientes puntos dentro de un plano cartesiano y únelos para completar los polígonos resultantes.

a) A (1, -6), B (-2, -3), C (7, 5)

b) A (-3, -2), B (3, 4), C (6, -4)

Distancia entre dos puntos

La distancia euclidiana o euclídea es la distancia entre dos puntos ubicados sobre un plano, la cual se deduce a partir del Teorema de Pitágoras. Lo anterior, se puede trasladar a un plano cartesiano, considérense dos puntos en el sistema coordenado rectangular $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$. Se construye un triángulo rectángulo, trazando por P una paralela al eje x y por Q una paralela al eje y, de tal manera que el segmento $\overline{P\,Q}$ sea la hipotenusa del triángulo resultante.



La distancia del punto P al punto T es $|P\,T| = |\,x_2 - x_1|$ y la distancia del punto Q al punto T es $|QT| = |\,y_2 - y_1|$.

Aplicando el teorema de Pitágoras, considerando los segmentos mencionados como los catetos del triángulo rectángulo formado:

$$(|P\,Q|)^{\,2} = (|P\,T|)^{\,2} + (|QT|)^2$$

Se sustituye en la ecuación, las distancias de los segmentos $\overline{PT}$ y $\overline{QT}$

$$(|P\,Q|)^{\,2} = (|\,x_2 - x_1|)^2 + (|\,y_2 - y_1|)^{\,2}$$

Luego, la distancia entre P y Q, representada por |P Q|, está dada por:

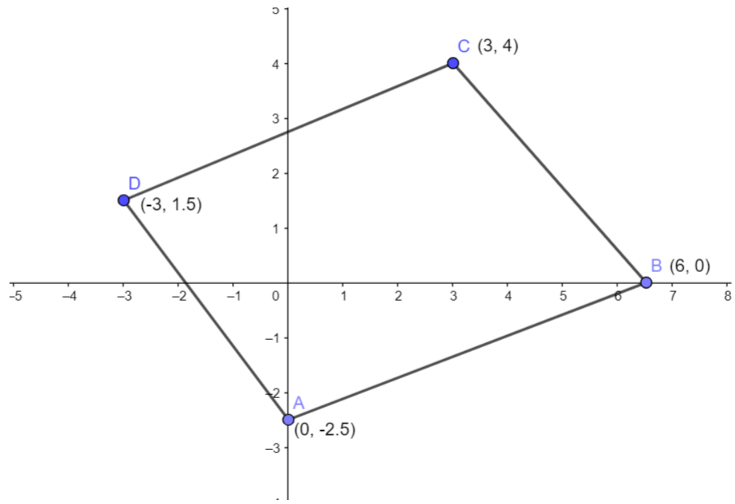
$$|PQ| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (\,y_2 - y_1)^2}$$

Ejemplo:

- Calcule el perímetro y nombre el polígono resultante, sabiendo que sus vértices son:

$A\ (0, -2.5)$
$B\ (6, 0)$
$C\ (3, 4)$
$D\ (-3, 1.5)$

Para iniciar, grafique los puntos con las coordenadas que se proporcionan.



Por la fórmula de distancia entre dos puntos, tenemos:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(6-0)^2 + (0-(-2.5))^2}$$

$$AB = \sqrt{(6)^2 + (2.5)^2}$$

$$AB = \sqrt{36 + 6.25}$$

$$AB = \sqrt{42.25}$$

$$AB = 6.5$$

$$BC = \sqrt{(3-6)^2 + (4-0)^2}$$

$$BC = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$$

$$BC = \sqrt{9 + 16}$$

$$BC = \sqrt{25}$$

$$BC = 5$$

$$CD = \sqrt{(-3-3)^2 + (1.5-4)^2}$$

$$CD = \sqrt{(-6)^2 + (-2.5)^2}$$

$$CD = \sqrt{36 + 6.25}$$

$$CD = \sqrt{42.25}$$

$$CD = 6.5$$

$$AD = \sqrt{(0-(-3)^2 + (-.2.5-1.5)^2}$$

$$AD = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2}$$

$$AD = \sqrt{9+16}$$

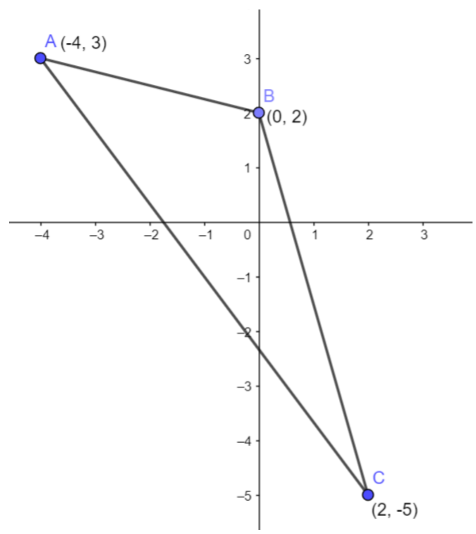
$$AD = \sqrt{25}$$

$$AD = 5$$

Al tener dos pares de lados iguales, un par de ángulos agudos y otro de obtusos, asumimos que se trata de un paralelogramo; cuyo perímetro es la suma de sus lados:

$P = AB + BC + CD + AD$
$P = 6.5 + 5 + 6.5 + 5 = 23u$

- Calcule el perímetro y tipo de triángulo cuyos vértices son los puntos A (-4, 3), B (0, 2), C (2, -5).



- Calculando la magnitud del lado AB

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$AB = \sqrt{(-4-0)^2 + (3-2)^2}$

$AB = \sqrt{(-4)^2 + (1)^2}$

$AB = \sqrt{16+1}$

$AB = \sqrt{17}$

$AB = 4.12$

- Calculando la magnitud del lado BC

$$BC = \sqrt{(0-2)^2 + (2-(-5))^2}$$

$$BC = \sqrt{(-2)^2 + (7)^2}$$

$$BC = \sqrt{4+49}$$

$$BC = \sqrt{53}$$

$$BC = 7.28$$

- Calculando la magnitud del lado CA

$$CA = \sqrt{(2-(-4))^2 + (-5-3)^2}$$

$$CA = \sqrt{(6)^2 + (-8)^2}$$

$$CA = \sqrt{36+64}$$

$$CA = \sqrt{100}$$

$$CA = 10$$

Para poder determinar el perímetro de este triángulo, se realiza la suma de sus lados:

$$P = AB + BC + CA$$

$$P = 4.12 + 7.28 + 10 = 21.4u$$

https://youtu.be/dRv6f7Y2l6U
https://youtu.be/kDzTTOvv5dc
https://cutt.ly/KXd8jOh

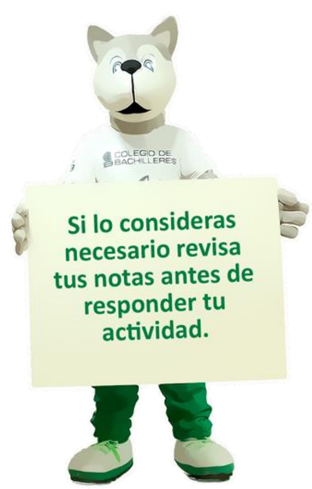
Actividad de aprendizaje 2

Ubica los siguientes puntos en el plano y calcule la distancia entre ellos.

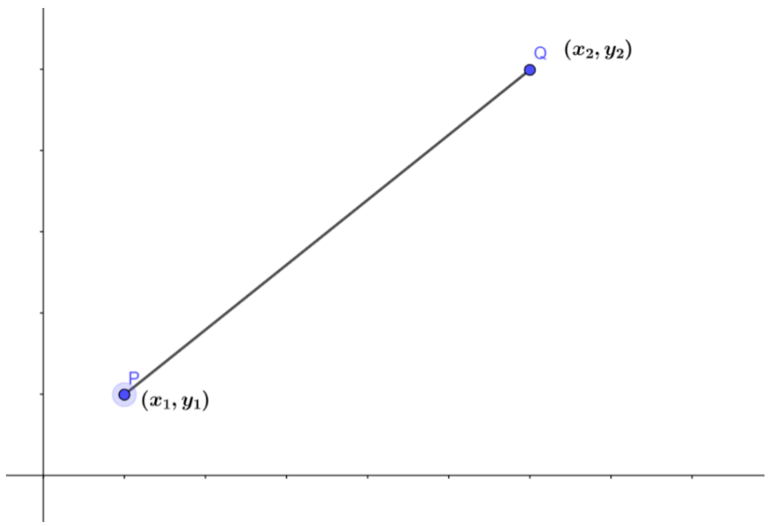
a) A (3, 1), B (4, -4)

b) A (-3, -2), B (-6, 1)

c) Calcule el perímetro y tipo de triángulo que forman los puntos: A (5, 6), B (-3, 5), C (2, -4).



Punto medio
Es el punto que se encuentra a la misma distancia de cualquiera de los extremos. Si es un segmento acotado, el punto medio es el que lo divide en dos partes iguales.



A partir de los puntos: $P\ (x_1, y_1)$ y $Q\ (x_2, y_2)$. La fórmula para encontrarlo es:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad para\ la\ coordenada\ en\ x$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad para\ la\ coordenada\ en\ y$$

Ejemplo:

- Hallar las coordenadas del punto medio, del segmento de recta limitado por los puntos A (7, 8), y B (1, -2).

Solución:

Sustituyendo los valores de estas coordenadas en la fórmula de punto medio. Obtenemos:

- Cálculo de la abscisa del punto medio

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$x = \frac{7 + 1}{2}$$

$$x = 4$$

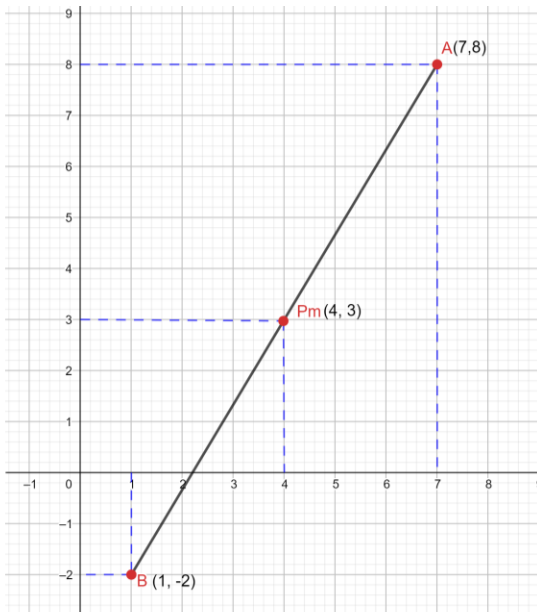
- Cálculo de la ordenada del punto medio

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$y = \frac{8 - 2}{2}$$

$$y = 3$$

Por lo anterior, se puede decir que las coordenadas del P_m (4, 3)

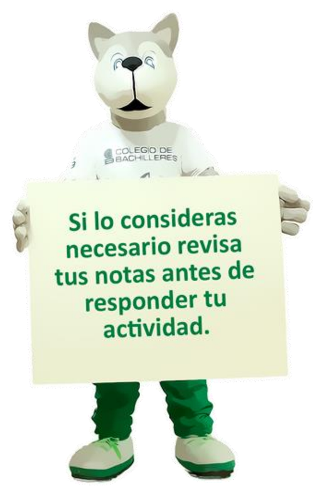


https://youtu.be/Lro3Sk4M21s
https://youtu.be/qzRxsVoUaMo

Actividad de aprendizaje 3

a) Graficar el segmento de recta formado por los puntos A (10, -3), y B (-5, -7), calcular las coordenadas de su punto ubicarlo sobre el segmento.

b) Graficar el segmento de recta formado por los puntos $A\ (5, 4)$, y $B\ (-7, 8)$, calcular las coordenadas de su punto ubicarlo sobre el segmento.



La línea recta

Una línea recta es un conjunto de puntos ordenados y alineados en una misma dirección. Analíticamente, una línea recta se representa a través de una ecuación lineal o también llamada ecuación de primer grado con dos variables.

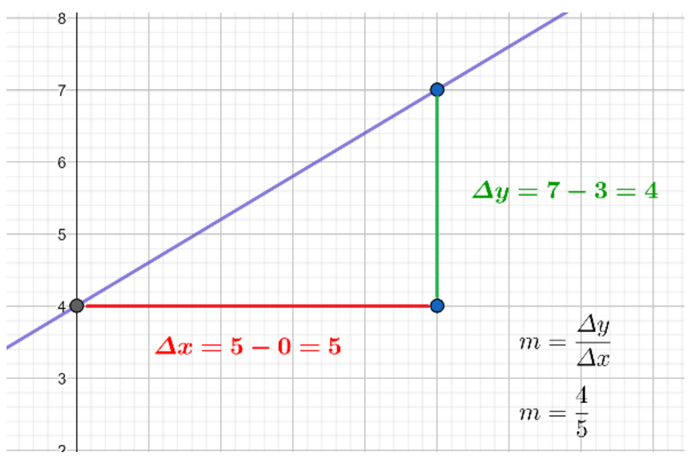
Pendiente de una recta, m

En lenguaje coloquial, el declive de cualquier cosa es su inclinación o pendiente, cuánto es lo que lo que lo sube o baja, con respecto a una línea horizontal de referencia.

Por definición, la pendiente m de una recta es igual a la tangente trigonométrica de su ángulo de inclinación. Es decir, a partir de dos puntos de coordenadas: $P_1\ (x_1, y_1)$ y $P_2\ (x_2, y_2)$, la pendiente de una recta queda definida por la fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

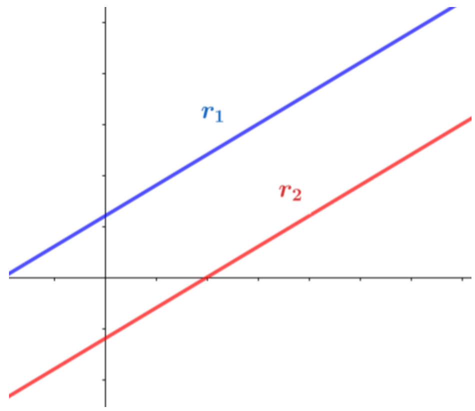
La pendiente m se puede interpretar como: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, lo cual se ilustra a continuación.



https://youtu.be/ULxjPNTiAZ8
https://youtu.be/QAWt1CAYKr4

Paralelismo

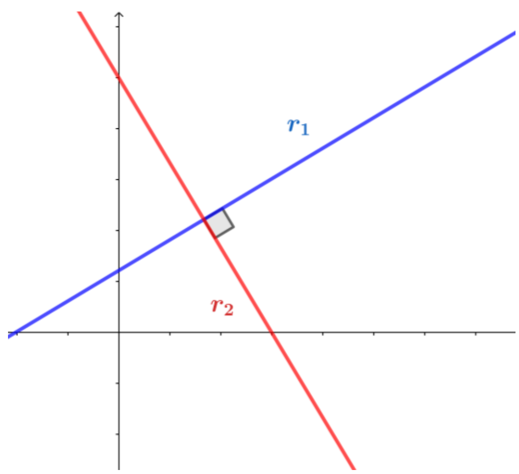
Dos o más rectas son paralelas, si sus ángulos de inclinación respecto a la horizontal, por consiguiente, sus pendientes; son iguales, es decir:



$$m_1 = m_2$$

Perpendicular

Dos o más rectas son perpendiculares si entre ellas forman un ángulo recto, es decir, si sus pendientes son inversas y recíprocas:



$$m_1 = -\frac{1}{m_2}$$

Ecuación de la recta, dadas dos condiciones

Punto – Pendiente

La ecuación de la recta que pasa por $P_1\ (x_1, y_1)$ y tiene como pendiente "m" es:

$$\boldsymbol{y - y_1 \ = \ m\ (\ x - x_1\ )}$$

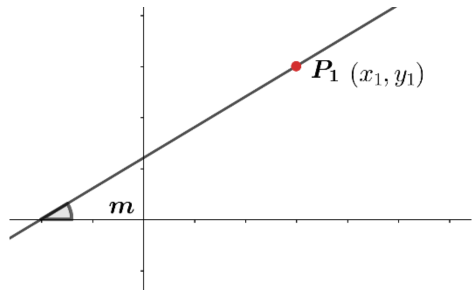
Lo anterior significa que la definición de una recta se puede determinar, si se conoce uno de sus puntos y su dirección, que puede estar dada como el valor de la pendiente.

En la figura y con los conceptos ya conocidos:

$$tan\,\theta = m = \frac{y - y_1}{x - x_1};$$

$$m(x - x_1) = y - y_1;$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$



Una recta paralela o coincidente con el eje y no tiene pendiente, su ecuación es $x \ = \ k$.

Ejemplo:

- Determina la ecuación de la recta con pendiente es $-\frac{3}{2}$ y pasa por el punto A (8, 7).

Con los datos proporcionados, se puede recurrir a la forma de la recta, punto - pendiente

Al sustituir la fórmula se tiene:

$m = -\frac{3}{2}$, y las coordenadas del punto están dadas por:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$2y - 14 = -3x + 24$$

$$y - 7 = -\frac{3}{2}(x - 8)$$

Al simplificar la expresión, queda:

$$2(y - 7) = -3(x - 8)$$

$$3x + 2y - 14 - 24 = 0$$

$$3x + 2y - 38 = 0$$

CONOCE +

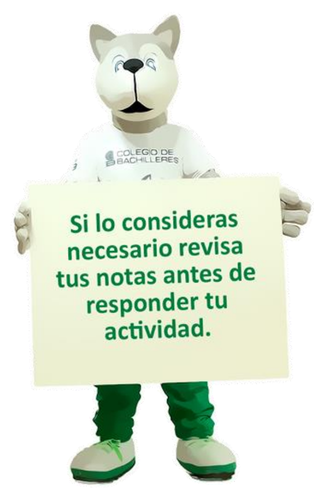
https://youtu.be/KEENQd0B5dI
https://youtu.be/kbcuivRXtTI
https://youtu.be/DrUiYn0228c

Actividad de aprendizaje 4

Determina las ecuaciones y grafica las rectas con base en los datos proporcionados en cada caso.

a) $m = -\frac{7}{3}$ y pasa por el punto $P(-5, 3)$.

b) $m = -6$ y pasa por el punto $C(3, -2)$.

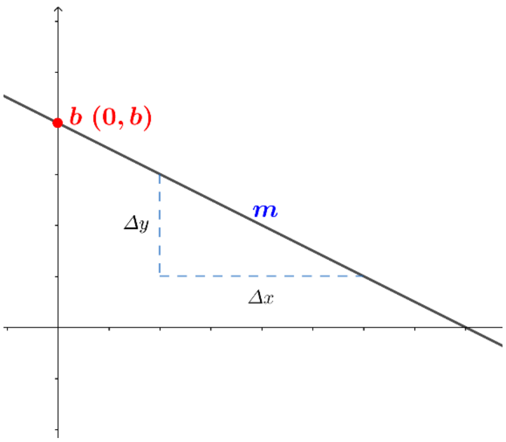


Pendiente – Ordenada en el origen

La ecuación de la recta con pendiente "m" y que cruza el eje "y" en el punto $(0, b)$, siendo b la ordenada en el origen es:

$$\boldsymbol{y = mx + b}$$

Si se considera la ecuación anteriormente señalada y si el punto conocido es $P_1\ (0, b)$ se tiene:



La ecuación es: $y - y_1 = m(x - x_1)$;

$y - b = m(x - 0)$

$y = mx + b$

https://youtu.be/VV6ST2c9gaM
https://youtu.be/WAXC8sVupN0
https://cutt.ly/KXd7bAe

Ejemplo:

- Encontrar la ecuación de la recta en su forma pendiente – ordenada al origen, que pasa por $B\ (0, 5)$ y tiene como $m\ =\ -2$

  Se sustituyen los datos de "m" y $\cdot\ b$" en:

$$y = mx + b$$

$$y = -2x + 5$$

Actividad de aprendizaje 5

Determina las ecuaciones de las rectas en su forma pendiente -ordenada al origen con base en los datos proporcionados en cada caso

a) Con $m = -\frac{3}{5}$ y que pasa por $B\ (0, -6)$

b) Con $m = -5$ y que pasa por $B\ (0,3)$

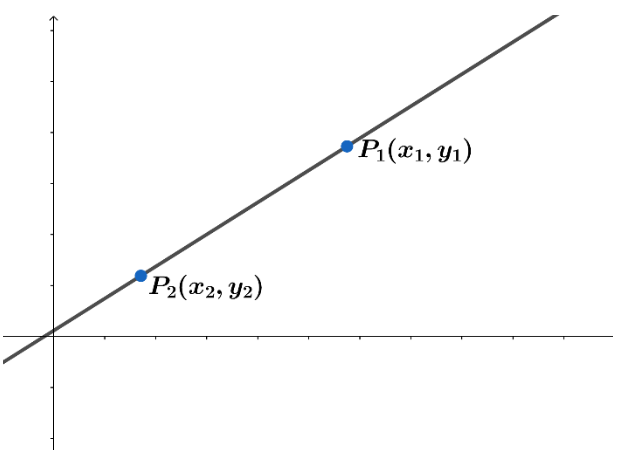
c) Con $m = \frac{1}{4}$ y que pasa por $B\ (0,4)$

Cartesiana

Si se conocen dos puntos $P_1\ (x_1, y_1)$ y $P_2\ (x_2, y_2)$ de la recta, la ecuación que la define es:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

Al conocer la ubicación de cualquier par de puntos pertenecientes a una recta, se puede determinar su ecuación.



La pendiente de la recta es:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}, con\ x_1 \neq x_2$$

Sustituyendo:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\ (x - x_1)$$

Ejemplo:

- Determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos P_1 (7,-3) y P_2 (-4, 1)

Solución:

Como se conocen dos puntos que pertenecen a la recta, se utiliza la forma punto-punto, sustituyendo en ella las coordenadas de manera correspondiente, tomando en cuál se identificó como P1 y cuál es el P2.

$$y-(-3)=\frac{1-(-3)}{-4-7}\,(x-7)$$

$$y+3=\frac{4}{-11}\,(x-7)$$

$$-11(\,y+3)=4(x-7)$$

$$-11y-33=4x-28$$

$$-11y=4x-28+33$$

$$y=-\frac{4}{11}x+\frac{5}{11}$$

Actividad de aprendizaje 6

Determina las ecuaciones de las rectas con base en los datos proporcionados en cada caso

a) P_1 (3,-5) y P_2 (-8, 3)

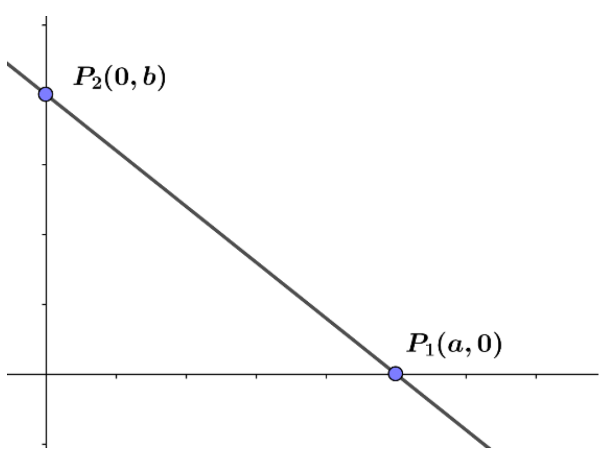
b) P_1 (-5, 4) y P_2 (6, -7)

Abscisa y ordenada en el origen

La ecuación de la recta que corta al eje x en $(a, 0)$, siendo a la abscisa en el origen y al eje y en $(0, b)$, siendo "b" la ordenada en el origen es:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

A la ecuación de la recta con abscisa y ordenada en el origen también se le llama ecuación simétrica de la recta.



Aplicando la ecuación de la recta conocidos dos puntos resulta:

$$\frac{y-0}{x-a} = \frac{0-b}{a-0}, \quad ay = -bx + ab$$

$bx + ay = ab$ y dividiendo entre ab

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0 \quad \text{con } a \neq 0; b \neq 0$$

Ejemplo:

Encontrar la ecuación general de la recta cuya abscisa y ordenada en el origen son 5 y –3 respectivamente.

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

$$\frac{x}{5}+\frac{y}{-3}=1$$

$$\frac{-3x+5y}{-15}=1$$

$$-3x+5y=-15$$

$$\mathbf{3x-5y-15=0}$$

NOTA IMPORTANTE

La manera más sencilla de graficar una recta conociendo su ecuación, es determinando las intersecciones con los ejes.

Ejemplo:

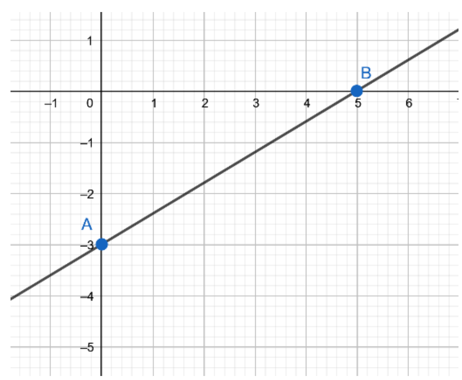
Graficar la recta de la ecuación:

$$3x\ -5y\ -15\ =\ 0$$

Haciendo 0 a "x" y "y", tenemos:

$$si\ x=0 \qquad y=\frac{15-3x}{-5}=3 \qquad A(0,-3)$$

$$si\ y=0 \qquad y=\frac{15+5y}{3}=5 \qquad B(5,0)$$



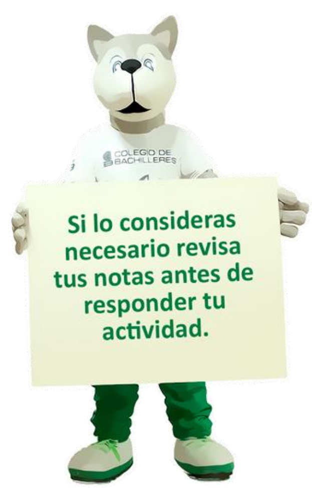
https://youtu.be/qdjPfCeqrfk

Actividad de aprendizaje 7

Determinar la ecuación de la recta dados los puntos de corte con los ejes.

a) Encontrar la ecuación general de la recta cuya abscisa y ordenada en el origen son 4 y –1 respectivamente.

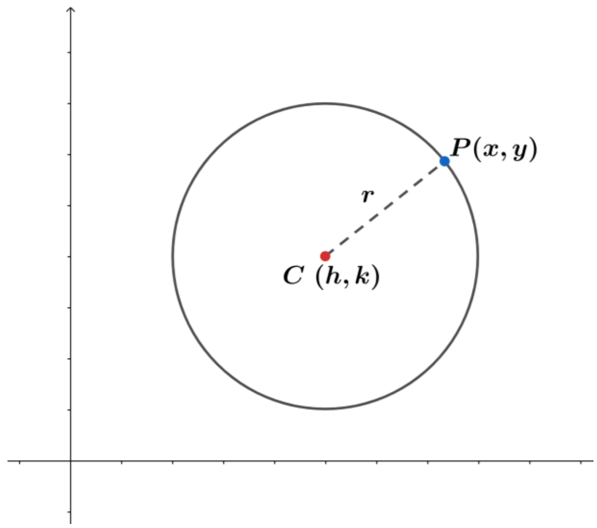
b) Encontrar la ecuación general de la recta cuya abscisa y ordenada en el origen son –5 y 7 respectivamente.



Circunferencia

La definición de circunferencia es una curva plana cerrada, cuyos puntos equidistan de un punto fijo, llamado centro. Frecuentemente, existe la confusión entre la circunferencia y el círculo, y aunque existe una fuerte relación entre ambos, se puede decir que el círculo (superficie) está limitado por la circunferencia (contorno).

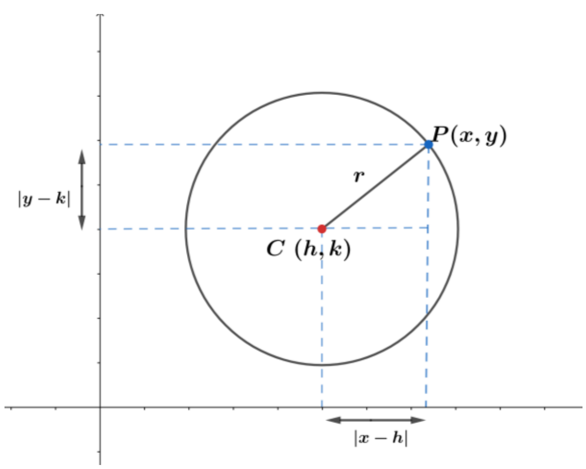
Considerando al punto C con coordenadas (h, k) como el centro de la circunferencia y a $P\ (x, y)$, como cualquier punto de la circunferencia y r será la distancia entre C y P



Ahora, partiendo de esta definición, se deduce la fórmula de la circunferencia considerando el siguiente esquema:

Forma ordinaria de la ecuación de la circunferencia

Con base en el Teorema de Pitágoras, considerando cualquier punto sobre la circunferencia, $P(x, y)$ cumplen con esta ecuación:



$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

La ecuación anterior se conoce como la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro en $C\ (h, k)$ y radio r, las cuales son las características que definen la circunferencia, la posición del centro y la magnitud de su radio.

Ejemplo:

Determina el centro y el radio de las circunferencias, con base en su ecuación

- $(x-13)^2+(y+2)^2=121$

Solución:

Para determinar las coordenadas del centro, se debe recordar que los valores de h y k son las coordenadas del centro, cambian de signo al sacarlos de la ecuación:

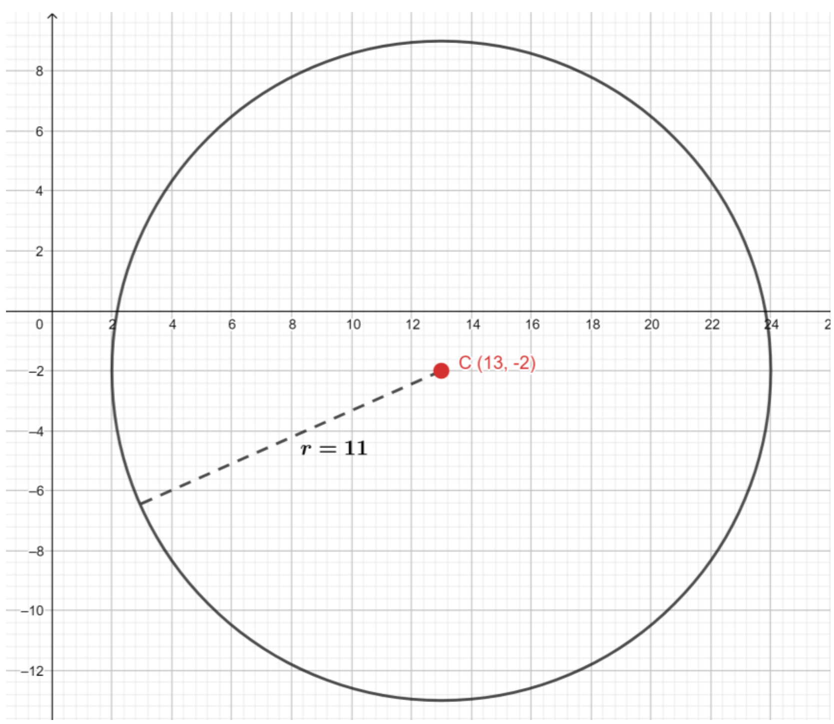
$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

$$(x-13)^2+(y+2)^2=121$$

$$C(13,-2)$$

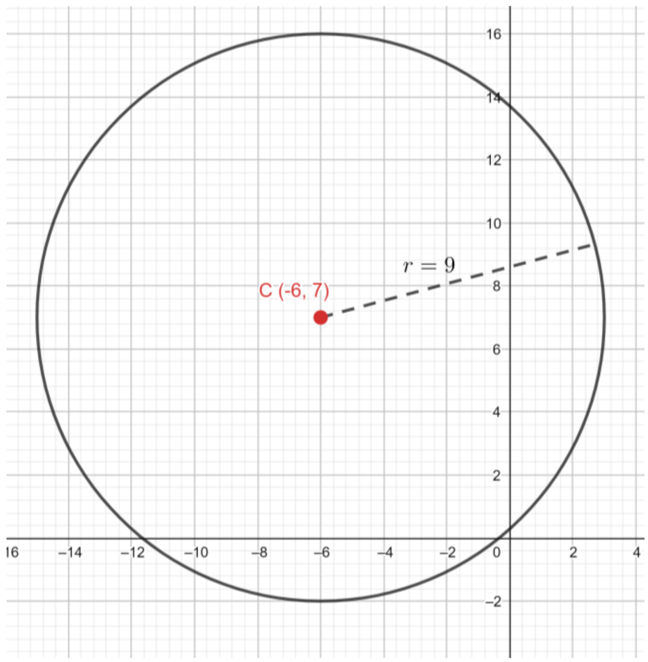
Y ya que en la ecuación el valor del radio está elevado al cuadrado, para obtener el valor real, basta sacar su raíz cuadrada.

$$r^2=121$$
$$r=\sqrt{121}$$
$$r=11$$



- $(x+6)^2+(y-7)^2=81$

$$C(-6,7)$$
$$r^2=81$$
$$r=\sqrt{81}$$
$$r=9$$



CONOCE +

https://youtu.be/hsW4oNWzKXc
https://cutt.ly/VXfmg7z
https://youtu.be/vICf_JIwar4
https://youtu.be/jk9V5OkJIAg

Actividad de aprendizaje 8

Determina el centro, el radio y la gráfica correspondiente a las ecuaciones.

a) $(x-4)^2+(y+5)^2=4$

b) $x^2+(y+2)^2=36$

Forma general de la ecuación de una circunferencia

Con base en el desarrollo de la ecuación ordinaria de la circunferencia, es posible determinar la ecuación general de la circunferencia, la cual tiene la forma:

$$Ax^2 + Ay^2 + Cx + Dy + E = 0$$

Si se tienen los datos del centro y la magnitud del radio, será necesario pasar por la ecuación ordinaria y con ayuda de un desarrollo algebraico, determinar la ecuación general.

Ejemplo:

Determinar la ecuación general de la circunferencia con $C\ (5, -2)$ y $r\ =\ 4$

Solución:

De acuerdo con los datos se tiene que: $h\ =\ 5$, $k\ =\ 2$ y $r\ =\ 4$.

Sustituyendo en la ecuación ordinaria estos valores:

$(x-5)^2 + (y+2)^2 = 4^2$

Desarrollando cada uno de los binomios al cuadrado:

$x^2 - 10x + 25 + y^2 + 4y + 4 = 16$

$x^2 - 10x + 25 + y^2 + 4y + 4 - 16 = 0$

$x^2 + y^2 - 10x + 4y + 4 + 13 = 0$

En muchos problemas se presenta desarrollada la ecuación de la circunferencia, en cuyo caso interesa saber conocerla y poder determinar su centro y su radio.

Ejemplo:

- A partir de la ecuación general, hallar las coordenadas del centro y valor del radio

$$x^2 + y^2 - 6x - 18y + 41 = 0$$

Solución:

Se ordenan los términos de la ecuación a manera que sea más sencillo determinar los binomios al cuadrado. Agrupar los términos en x, los términos en y del lado izquierdo del igual, y el término independiente del lado derecho.

$$x^2 - 6x + y^2 - 18y = -41$$

Para poder completar los trinomios, es necesario considerar la mitad del coeficiente del término lineal de cada variable y elevarlo al cuadrado. Por ejemplo, en x el coeficiente del término lineal es 6, su mitad es 3, por lo que su cuadrado es 9.

Completando trinomios cuadrados perfectos en x y y:

$$(x^2 - 6x + \mathbf{9}) + (y^2 - 18y + \mathbf{81}) = -41 + \mathbf{9} + \mathbf{81}$$

Es importante considerar que la cantidad que se agregue en cada caso para completar el trinomio, se tendrá que agregar al miembro derecho de la ecuación

Factorizando los T.C.P

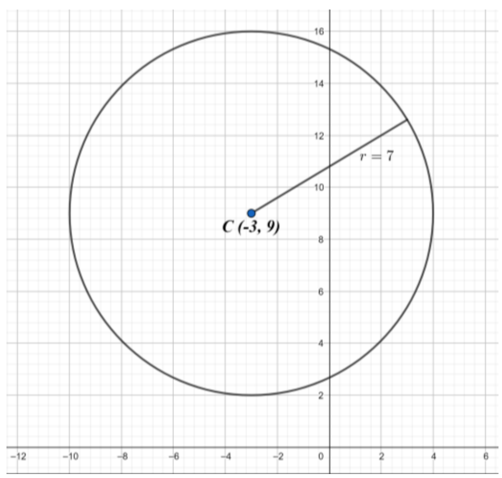
$$(x^2 + \mathbf{3})^2 + (y^2 - \mathbf{9})^2 = -41 + \mathbf{90}$$

Simplificando:

$$(x^2 + \mathbf{3})^2 + (y^2 - \mathbf{9})^2 = \mathbf{49}$$

Recuerda que al obtener las coordenadas del centro (h, k) de la ecuación ordinaria, cambian de signo, y el radio está representado en la ecuación como su cuadrado, por lo que hay que obtener la raíz cuadrada para obtener su valor.

Por tanto, el centro C y el radio a están dados por: C (-3, 9) y radio = 7



https://youtu.be/307opP2TOYU
https://cutt.ly/5XfmR4w

Actividad de aprendizaje 9

Determina la ecuación general y traza la gráfica de las circunferencias, con base en los datos de cada caso.

a) Circunferencia con C (-3, 1) y radio = 4

b) Circunferencia con C (-7, -2) y radio = 8

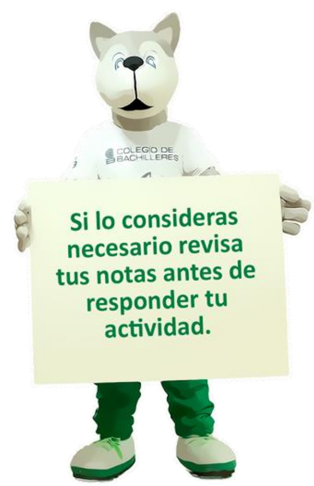
Actividad de aprendizaje 10

A partir de la ecuación general, hallar las coordenadas del centro, valor del radio y graficar la circunferencia correspondiente.

$a)$ $x^2 + y^2 + 4x - 16y + 59 = 0$

$b)$ $x^2 + y^2 - 6x + 14y + 33 = 0$

$c)\ \ x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$



Durante el desarrollo del Corte de aprendizaje I, se plantearon preguntas que te animaron a reflexionar acerca de los conceptos básicos de la recta y la circunferencia; ahora determina tu desempeño acerca de lo que aprendiste.

Actividad	Realizado	Debo poner más empeño, porque…
Destiné un tiempo para resolver esta guía		
Fui realizando los procedimientos de los ejercicios resueltos		
Consulté mis apuntes para comprender y reforzar mis aprendizajes		
En el apartado: *Actividad de aprendizaje*, ¿me detuve a leerlo y a reflexionar lo cuestionado?		
Consulte las páginas del apartado *CONOCE* + Para reforzar mis conocimientos		

FUENTES CONSULTADAS

En esta sección podrás conocer cuáles fueron las lecturas y documentos que se tomaron en cuenta para la realización de este material.

Libros

- Baldor, A. (2004). *Geometría plana y del espacio y trigonometría*. Vigésima reimpresión México: Publicaciones Cultural.
- Lehmann, C. H. (1993*). Geometría analítica*. Primera reimpresión. México: Limusa/Noriega editores.
- Leithold, L., (1987). *Cálculo con Geometría Analítica*. México: Editorial Harla.
- Preston, G. C., Lovaglia, A. R. (1971). *Modern Analytic Geometry*, New York: Harper & Row
- Swokowski, E., (1987). *Introducción al Cálculo con Geometría Analítica*. Grupo Editorial Iberoamérica. México.S

Sitios web

Página que incluye ejercicios de aplicación de ecuación de la recta.

- Superprof. Ejercicios y problemas resueltos de la ecuación de la recta. https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/analitica/recta/ejercicios-y-problemas-resueltos-de-ecuaciones-de-la-recta-i.html#tema_ejercicio-1. Consultado julio 2022.

- Página que incluye ejercicios de ubicación de puntos, distancia y demostraciones. https://www.fisimat.com.mx/ecuacion-de-la-recta-punto-pendiente. Consultado julio 2022.

Página que incluye ejercicios de aplicación de ecuación de la recta.

- Carlos Julián. Ecuación de la Recta Punto – Pendiente – Ejercicios Resueltos. https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/analitica/recta/ejercicios-de-la-ecuacion-de-la-recta-i.html. Consultado julio 2022.

CORTE 2

CARACTERÍSTICAS Y ELEMENTOS DE LA PARÁBOLA Y LA ELIPSE

Aprendizajes esperados:

- Caracteriza y distingue a los lugares geométricos según sus disposiciones y sus relaciones.

PROPÓSITO

Al finalizar este corte, analizarás las características, similitudes y diferencias que distinguen a los lugares geométricos de la parábola y la elipse, con el fin de comprender y construir modelos geométricos de fenómenos en distintos contextos.

RECOMENDACIÓN

Te sugerimos, revises los aprendizajes esperados antes de iniciar con el estudio del corte, realiza las anotaciones que sean necesarias.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Es importante que revises previamente los siguientes conceptos, para que se te facilite el desarrollo de los aprendizajes esperados correspondientes al corte 2.

- Leyes de los signos
- Sistema de coordenadas cartesianas
- Operaciones básicas con polinomios
- Evaluación de funciones
- Productos notables (desarrollo de binomios al cuadrado)

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Con la finalidad de conocer tus habilidades, el dominio de los conocimientos previos y que reconozcas fácilmente tus dudas, resuelve los ejercicios que conforman la Evaluación Diagnóstica.

1 Guíate con el siguiente cuadro para obtener las coordenadas cartesianas que te permitan representar gráficamente la siguiente función:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = -3x^2 - 2$$

(x)	$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = -3x^2 - 2$	Operaciones	$P_i\ (x, y)$
-2	$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{-2}) = (-3)(-2)^2 - 2$	$= (-3)(-2)2 - 2$ $= -12 - 2$ $= -14$	$P\mathbf{1}\ (-2, -14)$
-1			
0			
1			
2			

2 Considera $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$
Para desarrollar los siguientes binomios:

a) $(2x-3)^2 =$

b) $(7-2z)^2 =$

c) $(3y-4)^2$

CONOCE +

https://youtu.be/6f40XK7nssY
https://youtu.be/kzOzYY-T-50
https://youtu.be/Yng9FbUK2MY
https://youtu.be/G-ym95yl3Es
https://youtu.be/TsBWIp2-1fg
https://youtu.be/tvUoOZDRAks

s

CONTENIDOS

A continuación, encontrarás una serie de contenidos que te servirán de apoyo para el logro del propósito del corte 2.

Lugar geométrico

En el área de la geometría analítica, el concepto de lugar geométrico implica concretar o determinar la superficie creada en un eje de coordenadas a partir de una ecuación determinada. Esto quiere decir que cada ecuación matemática tiene una representación gráfica concreta, que puede ser una recta, curva, parábola, elipse o cualquier otra figura.[1]

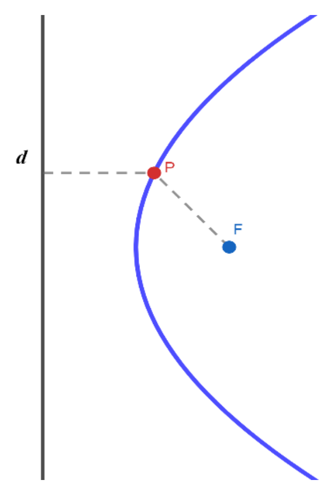
Como cualquier otra idea matemática, el concepto de lugar geométrico es de tipo abstracto. La abstracción matemática se basa en dos unidades básicas: el número y el punto. El primero sirve para hacer cálculos algebraicos y el segundo para comprender el espacio geométrico. En este sentido, los lugares geométricos son conjuntos de puntos que comparten una misma propiedad.[2]

El término **Lugar geométrico** se aplica normalmente al conjunto de todos los puntos que tienen alguna característica geométrica común.

La parábola

La parábola se define como el conjunto de puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta fija llamada directriz.[3]

Es decir, para un punto *D* en la directriz, le corresponde un punto *P* sobre la parábola que equidista a *D* y a *F*, como se observa en la imagen de la derecha.



[1] Lugar Geométrico. Definición ABC. 24/01/2018. Javier Navarro. https://www.definicionabc.com/ciencia/lugar-geometrico.php

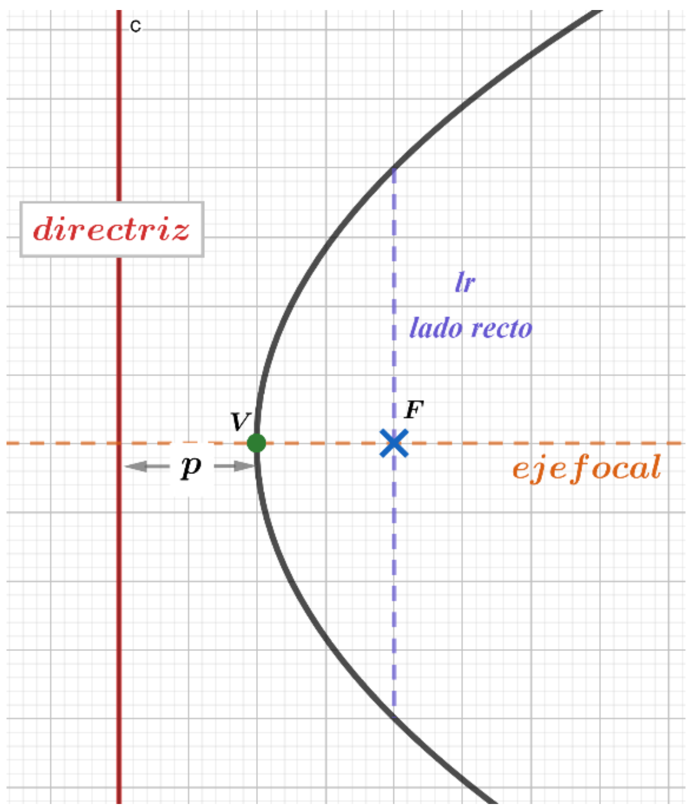
[2] Wooton, W. (1985). *Geometría Analítica Moderna* (Tercera reimpresión). México. Publicaciones Cultural S. A. de C.V.

[3] La parábola como lugar geométrico. 19/02/2012. Publicado por El origami y las Matemáticas. http://elorigamiylasmatemticas.blogspot.com/2012/02/la-parabola-como-lugar-geometrico.html

Elementos de la parábola[4]

Es importante conocer los elementos que conforman la parábola, para poder graficarla y relacionar sus elementos. A continuación, se presenta la definición y la representación de ellos en un diagrama.

- Punto fijo llamado **foco** (designando por **F**).
- Recta fija se llama **directriz** (designada por **D**).
- El eje de la parábola o **eje focal**, es la recta de color naranja que pasa por F, además, es perpendicular a D.
- **Vértice** de la parábola (designado por $\boldsymbol{V}$).
- El **lado recto** (**LR**) es la cuerda focal $\mathbf{L_1L_2}$, que es perpendicular al eje focal y pasa por el foco.
- **p** es la **distancia** que hay del **Vértice a la Directriz** y del **Vértice al Foco**.



[4] Feliciano, A. (2011). Geometría Analítica. México. Universidad Autónoma de Guerrero (UAG).

El siguiente formulario te servirá de apoyo durante el desarrollo de las actividades programadas para este corte, el cual viene integrado en los exámenes de recuperación y de acreditación especial de Colegio de Bachilleres[5]

ECUACIÓN GENERAL DE LAS CÓNICAS			
$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$			
• Discriminante: $B^2 - 4AC$	• Ejes:		• Excentricidad: $e = \frac{c}{a}$
$B^2 - 4AC = 0$ *Parábola*	p = *parámetro*		$e = 0$ *Circunferencia*
$B^2 - 4AC < 0$ *Elipse*	$2a$ = *eje mayor*, $2b$ = *eje menor*	$2c$ = *eje focal*	$e = 1$ *Parábola* $e < 0$ *Elipse*
$B^2 - 4AC > 0$ *Hipérbola*	$2a$ = *eje transverso*, $2b$ = *eje conjugado*		$e > 0$ *Hipérbola*

CIRCUNFERENCIA con centro $C(h, k)$ y radio r	*PARÁBOLA con vértice $V(h, k)$*		
• Ecuación ordinaria $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	• Vertical: ecuación ordinaria $(x-h)^2 = \pm 4p(y-k)$ El signo (–) aplica cuando abre hacia abajo	• Directriz $y = \mp p + k$	• Lado recto $Lr = 4p$
	• Horizontal: ecuación ordinaria $(y-k)^2 = \pm 4p(x-h)$ El signo (–) aplica cuando abre hacia la izquierda	$x = \mp p + h$	

ELIPSE con centro $C(h, k)$		*HIPÉRBOLA con centro $C(h, k)$*	
• Horizontal: Ecuación ordinaria $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	• Condición $a^2 = b^2 + c^2$	• Horizontal: Ecuación ordinaria $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	• Condición $c^2 = a^2 + b^2$
• Vertical: Ecuación ordinaria $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$	• Lado recto $Lr = \frac{2b^2}{a}$	• Vertical: Ecuación ordinaria $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$	• Lado recto $Lr = \frac{2b^2}{a}$

Nota. Cuando el vértice de la parábola y el centro de la circunferencia, elipse e hipérbola están en el origen del plano, las coordenadas h y k valen cero.

Las ecuaciones generales de las cónicas se obtienen a partir de las ecuaciones ordinarias desarrollando operaciones, simplificando términos e igualando a cero las igualdades.

CONOCE +

https://es.khanacademy.org/math/eb-3-semestre-bachillerato-nme/x4b655b3cb9bfe4eb:ecuacion-de-la-parabola
https://youtu.be/_Q9RXHL66oU

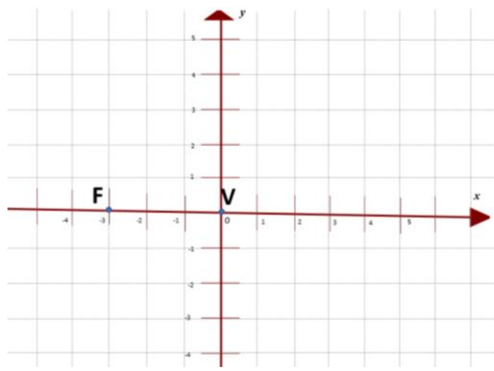
[5] Fracción del formulario, tomado del examen de ACRESP–MAT 3–304A–18A. Matemáticas III. Dirección General del Colegio de Bachilleres.

Ejemplos:

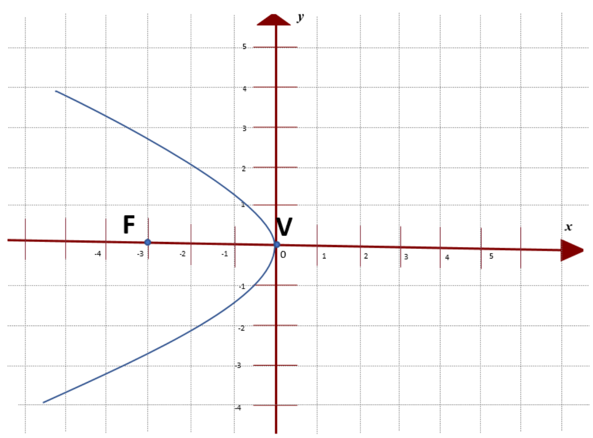
1. **Una parábola tiene su vértice en el origen, su Foco está ubicado en el punto F (-3, 0) y su eje focal corre a lo largo del eje x. Esbozar su gráfica y encontrar su ecuación de forma ordinaria.**

- Muchas veces ayuda bastante, primero esbozar la gráfica, empezar por localizar los puntos que se proporcionan en el problema.
  *(**esbozo**: diseño provisional de una gráfica, que solamente contiene los elementos esenciales).*

- Se localizan las coordenadas del **V**értice, en este caso, en el origen **V (0,0).**
- Y se ubica el Foco en **F (-3, 0)**



- El problema menciona que, el eje focal corre a lo largo del **eje x,** por lo tanto, se trata de una parábola de tipo horizontal.
- Y como la parábola nace en el vértice y se abre en dirección del foco, el bosquejo quedaría como se muestra en siguiente figura.



- Del formulario se sabe que:

PARÁBOLA con vértice $V(h, k)$		
• Vertical: ecuación ordinaria $(x-h)^2 = \pm 4p(y-k)$ El signo (–) aplica cuando abre hacia abajo	• Directriz $y = \mp p + k$	• Lado recto $Lr = 4p$
• Horizontal: ecuación ordinaria $(y-k)^2 = \pm 4p(x-h)$ El signo (–) aplica cuando abre hacia la izquierda	$x = \mp p + h$	

- Y la ecuación ordinaria que se utilizará, de acuerdo a las condiciones dadas es: $(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{k})^2 = \pm 4\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})$

- Pero como la parábola abre a la izquierda entonces quedaría con signo negativo:

$$(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{k})^2 = -4\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})$$

- Ahora para sustituir, se extraen los datos requeridos del bosquejo de la gráfica.
    - ✓ **V (h,k)**, de donde **h=0** **y** **k=0**, porque el Vértice se encuentra en el origen y por lo tanto **V(0,0).**
    - ✓ $p = 3$**,** es la **distancia** que hay del Vértice **V** al Foco **F.**

- Sustituyendo:

$$(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{k})^2 = -4\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})$$

$$(\boldsymbol{y}-\mathbf{0})^2 = -4(3)(\boldsymbol{x}-\mathbf{0})$$

- Realizando las operaciones indicadas queda:

$$(\boldsymbol{y})^2 = -4(3)(\boldsymbol{x})$$

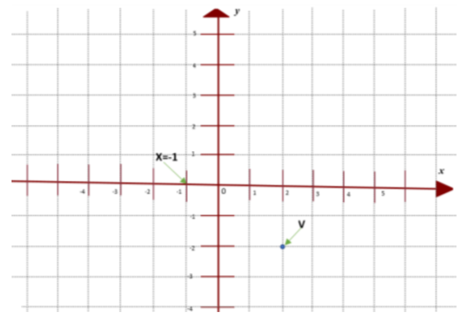
$$(\boldsymbol{y})^2 = -12(\boldsymbol{x})$$

- La ecuación ordinaria solicitada es:

$$\mathbf{y^2 = -12x}$$

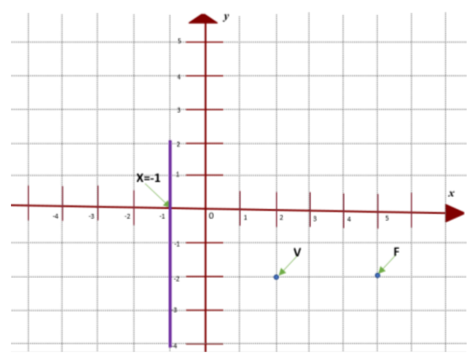
2. **¿Cuál es la ecuación ordinaria de la parábola con Vértice en (2,-2) y Directriz x=-1?**

- Para facilitar el desarrollo, es recomendable comenzar por hacer un bosquejo de la gráfica correspondiente, localizando las coordenadas del **V**értice y la **D**irectriz.

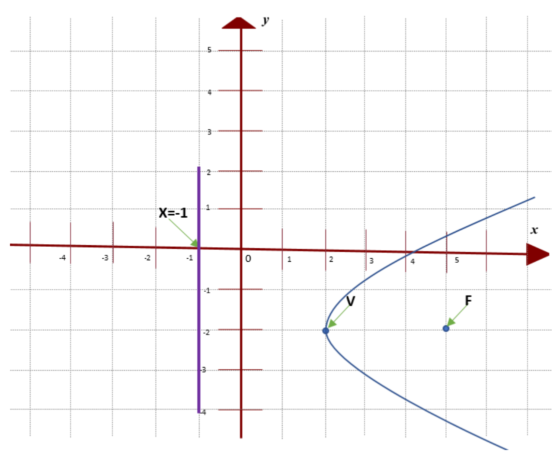


- Una vez localizados estos puntos "**Vértice** y **Directriz**".
- Se toma como referencia la definición de los **componentes de la parábola** *(descritos al inicio de este corte)*, así como la gráfica ahí explicada, para deducir que:

- La **recta Directriz** en este caso pasa por el punto x=-1
- Y que la distancia que hay del Vértice **V** a la **Directriz**, es la misma distancia que hay del Vértice **V** al Foco **F.**
- Por lo tanto, los puntos **V, F**, y la **recta Directriz** quedan ubicados como se muestra en el plano cartesiano de la derecha.



- Ahora, para saber con certeza sí la parábola es **horizontal** *(cuando abre hacia la derecha o hacia la izquierda)* **o vertical** *(cuando la parábola abre hacia arriba o hacia abajo)*.
- Y si es **positiva** *(cuando la parábola abre hacia arriba o hacia la derecha)* o **negativa** *(cuando la parábola abre hacia abajo o hacia la izquierda)*.
- **Posteriormente se traza la curva** de la parábola **pasando por** el **V**értice y en dirección al **F**oco, quedando como se muestra en el plano cartesiano de la derecha.



- Ahora se puede seleccionar la ecuación ordinaria correspondiente apoyándose del formulario anterior, de dónde se extrae la fórmula para la parábola horizontal y se aplica el signo positivo para "***p***" porque abre a la derecha.

PARÁBOLA con vértice $V(h, k)$		
• Vertical: ecuación ordinaria $(x-h)^2 = \pm 4p(y-k)$ El signo (–) aplica cuando abre hacia abajo	• Directriz $y = \mp p + k$	• Lado recto
• Horizontal: ecuación ordinaria $(y-k)^2 = \pm 4p(x-h)$ El signo (–) aplica cuando abre hacia la izquierda	$x = \mp p + h$	$Lr = 4p$

- Del formulario se extrae la ecuación:
  - ✓ $(y-k)^2 = 4p(x-h)$
- Posteriormente se sustituyen los valores que se proporcionan:
  - ✓ **V(h,k) = V(2,-2)**
  - ✓ p**= 3**

El punto ρ es la **distancia** que hay del **Vértice a la Directriz** y del **Vértice al Foco**.

- Y al sustituir, se realizan las operaciones generadas por los signos de la fórmula y los signos de los datos del problema*, quedando:

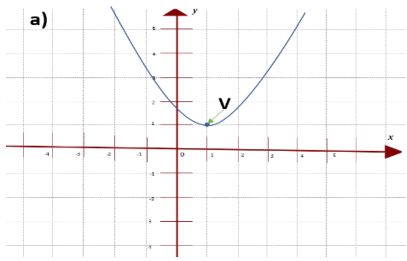
$$(y-(-2))^2 = (4)(3)(x-(+2))$$

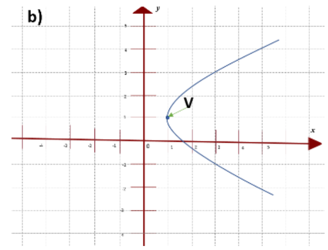
$$(y+2)^2 = 4(3)(x-2)$$

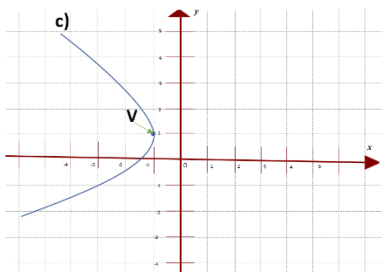
Finalmente, la ecuación ordinaria solicitada es:

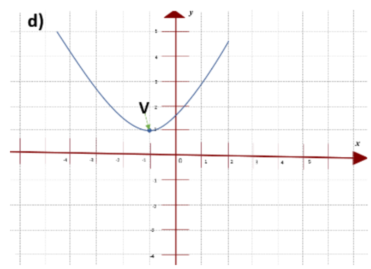
$$(y+2)^2 = 12(x-2)$$

3. ¿Cuál es la representación gráfica, de la parábola cuya ecuación es $(x+1)^2 = y-1$?









- Se puede deducir la gráfica que corresponde a la ecuación ordinaria del problema:

$$(\mathbf{x}+\mathbf{1})^2 = \mathbf{y}-\mathbf{1}$$

- Con apoyo del formulario:

PARÁBOLA con vértice $V(h,k)$		
• Vertical: ecuación ordinaria $(x-h)^2 = \pm 4p(y-k)$ El signo (–) aplica cuando abre hacia abajo	• Directriz $y = \mp p + k$	• Lado recto $Lr = 4p$
• Horizontal: ecuación ordinaria $(y-k)^2 = \pm 4p(x-h)$ El signo (–) aplica cuando abre hacia la izquierda	$x = \mp p + h$	

- Se observa que esta ecuación, sigue el mismo patrón que la ecuación de la parábola Vertical:

$$(x-h)^2 = \pm 4p(y-k)$$

- Entonces, se puede decir que la parábola **(x +1)^2** = **y-1, es vertical** y cómo **"y"** es **positiva** (*abre hacia arriba*)**.**

- Se observa también que **"x"** se relaciona siempre con **"h"** y **"y"** con **"k"**, por lo que tenemos que: **h=-1** y **k=1**, los signos se invierten al extraerlos porque al sustituir estos términos se multiplican con los signos de la fórmula.

- De aquí se deduce que las coordenadas del **V**értice, **V(h,k)** de la parábola en cuestión, es **V(-1,1).**

- Y que la gráfica que le corresponde debe ser **vertical**, **positiva** *(que abre hacia arriba)*, y con **V (-1,1).**

- Por lo que, la gráfica que cumple con esas condiciones es la del inciso **d)**.

Actividades de aprendizaje 1

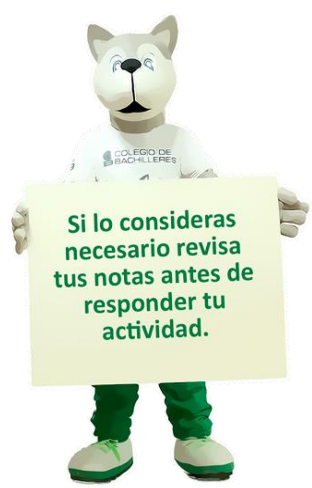
Instrucciones. Lee con cuidado los siguientes ejercicios y resuélvelos.

1. Traza la gráfica de la parábola con Vértice en el origen y Directriz $x = -4$, y encontrar su ecuación ordinaria.

2. ¿Cuál es la ecuación ordinaria de la parábola con Foco en $(0, 2)$ y Directriz $y = -2$?

3. Obtener las coordenadas del Vértice “V”, la ecuación de su directriz “D” y el valor del parámetro “p” a partir de la siguiente ecuación ordinaria de la parábola:

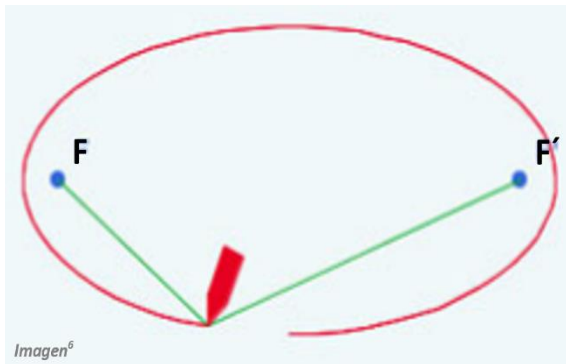
$$(x - 4)^2 = 8(y + 2)$$



La elipse

Se define como el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que la suma de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, de ese plano es siempre igual a una constante, mayor que la distancia entre esos dos puntos.[6]

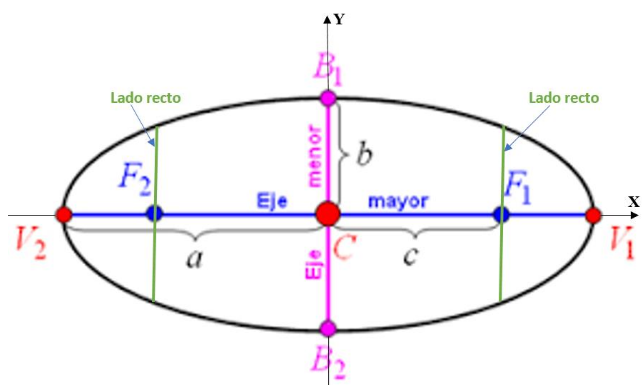
Se puede demostrar geométricamente lo antes planteado, determinando la distancia de cada uno de los focos **F** y **F'** a uno de los puntos que forman la elipse *(tal punto se representa por la punta del crayon rojo en la imagen de la derecha)*, la suma de estas distancias es un número que permanece constante, este proceso se reipite sumando dichas distancias *(que se representan con los segmentos verdes)* a lo largo de todos los puntos del lugar geométrico, conformando la elipse.[7]



Elementos de la Elipse[8]

A continuación, se presentan la definición de los elementos y puntos que conforman la elipse, es importante conocerlos, para poder relacionarlos. Se debe mencionar que la elipse es simétrica tanto horizontal, como verticalmente, por eso varios de sus puntos se nombran con el subíndice 1 y 2.

- Dos puntos fijos conocidos como **Focos** y se representan por $\mathbf{F_1}$ y $\mathbf{F_2}$.
- El **Centro de la elipse** el punto fijo que se denomina con la letra **C**.
- Dos **Vértices**, son los puntos extremos del eje focal de la elipse denominados con la letra $\mathbf{V_1}$ y $\mathbf{V_2}$.
- **Eje mayor** es el segmento $\mathbf{V_1V_2}$.
- **Eje menor** es el segmento $\mathbf{B_1B_2}$.
- **a** es la longitud del semieje mayor y es la distancia del Centro **C** al Vértice **V**.
- **b** es la longitud del semieje menor



---

6 **Elipse como lugar geométrico. Proyecto Arquímedes. 2017.Octavio Fonseca Ramos** https://www.rua.unam.mx/portal/recursos/ficha/3156/elipse-como-lugar-geometrico

7 Elipse como lugar geométrico. Proyecto Arquímedes. (Actualización). 2019. Octavio Fonseca Ramos https://www.redi.codeic.unam.mx/lecciones/lecciones/geo/2_092/index.html

8 Feliciano, A. (2011). Geometría Analítica. México. Universidad Autónoma de Guerrero (UAG).

- **c** es la distancia que hay del centro **C** a cualquiera de sus Focos **F**
- $\boldsymbol{a^2 = b^2 + c^2}$ es la **relación pitagórica** de los parámetros **a, b, c** que se usaran para la **elipse**.

Como se puede apreciar en el diagrama de los elementos de la elipse, el valor de $\boldsymbol{a}$ siempre es mayor que el valor de $\boldsymbol{b}$, este dato será útil para reconocer la posición de la elipse con base en la ecuación ordinaria.

Ejemplos:

¿Cuál es la ecuación ordinaria de la elipse horizontal, cuyo centro y excentricidad son C (0, 0) y $\boldsymbol{e = \frac{4}{5}}$?

a) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4}$

b) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3}$

c) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9}$

d) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25}$

- Para encontrar la ecuación ordinaria correspondiente, se extraen primero los datos proporcionados por el problema:
  - ✓ Elipse horizontal
  - ✓ Centro C (0,0)
  - ✓ $e = \frac{4}{5}$
- Del formulario se extrae la ecuación ordinaria para una elipse horizontal:

ELIPSE con centro $C(h, k)$	
• Horizontal: Ecuación ordinaria $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	• Condición $a^2 = b^2 + c^2$
• Vertical: Ecuación ordinaria $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$	• Lado recto $Lr = \frac{2b^2}{a}$

Nota. Cuando el vértice de la parábola y el centro de la circunferencia, elipse e hipérbola están en el origen del plano, las coordenadas ***h*** y ***k*** valen cero.

- Dicha fórmula es: $\frac{(\boldsymbol{x-h})^2}{\boldsymbol{a}^2} + \frac{(\boldsymbol{y-k})^2}{\boldsymbol{b}^2} = \boldsymbol{1}$
- Se observa que, para obtener la ecuación que se está solicitando en el problema, se requiere conocer $\mathbf{a^2}$ y $\mathbf{b^2}$
- Se sabe que la excentricidad se define como: $\boldsymbol{e = \frac{c}{a}}$
- Por lo que, de la **relación pitagórica** $\mathbf{a^2=b^2+c^2}$ se obtiene el parámetro **"b"** despejando de esta.

$$\mathbf{a^2=b^2+c^2}$$

$b^2 = a^2 - c^2$

$\boldsymbol{b} = \sqrt{\mathbf{a}^2 - \mathbf{c}^2}$ sustituyendo los valores que se proporcionan en la excentricidad

- $e = \frac{4}{5}$ de aquí se extraen, **a=5** y **c=4**, por lo que al sustituirlos queda:

$\boldsymbol{b} = \sqrt{\mathbf{5}^2 - \mathbf{4}^2}$ desarrollando los cuadrados:

$\boldsymbol{b} = \sqrt{\mathbf{25} - \mathbf{16}}$ reduciendo:

$\boldsymbol{b} = \sqrt{\mathbf{9}}$

$\boldsymbol{b} = \mathbf{3}$

Sustituyendo los valores conocidos para la elipse, se obtiene:

$\frac{(\boldsymbol{x}-\mathbf{0})^2}{(\mathbf{5})^2} + \frac{(\boldsymbol{y}-\mathbf{0})^2}{(\mathbf{3})^2} = \mathbf{1}$ desarrollando se obtiene:

$\frac{\boldsymbol{x}^2}{\mathbf{25}} + \frac{\boldsymbol{y}^2}{\mathbf{9}} = \mathbf{1}$ que corresponde a la respuesta del inciso **"c)".**

2. ¿Cuál es la ecuación de forma general que corresponde a la siguiente ecuación ordinaria $\frac{(\boldsymbol{x}-\mathbf{6})^2}{(\mathbf{4})^2} + \frac{(\boldsymbol{y}+\mathbf{3})^2}{(\mathbf{2})^2} = \mathbf{1}$, de la elipse?

- Se observa que la ecuación ordinaria proporcionada tiene forma de fracción, por lo que hay que resolverla como tal.

$$\frac{(\boldsymbol{x}-\mathbf{6})^2}{(\mathbf{4})^2} + \frac{(\boldsymbol{y}+\mathbf{3})^2}{(\mathbf{2})^2} = \mathbf{1}$$

- Para llegar a la ecuación de forma general, se deben desarrollar los cuadrados, como sugerencia, se puede comenzar por desarrollar los de los denominadores, para poder elegir un común denominador.

$$\frac{(\boldsymbol{x}-\mathbf{6})^2}{\mathbf{16}} + \frac{(\boldsymbol{y}+\mathbf{3})^2}{\mathbf{4}} = \mathbf{1}$$

- De aquí se obtiene un denominador común que es 16 y aplicando el método general para la solución de fracciones *(se puede aplicar cualquier otro método), en este caso, se divide* el 16 *(que es el común denominador),* entre cada uno de los denominadores 16 y 4 respectivamente, el resultado de **(16÷16)=1** y **(16÷4)=4** se multiplica por los correspondientes numeradores **$(x-6)^2$** y **$(y+3)^2$**, quedando:

$$\frac{\mathbf{1}(\boldsymbol{x}-\mathbf{6})^2 + \mathbf{4}(\boldsymbol{y}+\mathbf{3})^2}{\mathbf{16}} = \mathbf{1}$$

Posteriormente, se desarrollan los binomios, y se mueve el denominador al lado contrario de la ecuación, y cómo está dividiendo, pasa multiplicando al "**1**":

$$\mathbf{1}(\boldsymbol{x}-\mathbf{6})^2 + \mathbf{4}(\boldsymbol{y}+\mathbf{3})^2 = (\mathbf{1})(\mathbf{16})$$

- posteriormente se desarrollan los binomios al cuadrado:

$$1(x^2-12x+36) + 4(y^2+6y+9) = 16$$

- Realizando las operaciones pendientes, queda:

$$\mathbf{x^2-12x+36 + 4y^2+24y+36 = 16}$$

- Se iguala a cero y el **16** se pasa restando del otro lado del signo igual de la ecuación.

$$\mathbf{x^2-12x+36 + 4y^2+24y+36-16 = 0}$$

- Reordenando los términos, según la ecuación de forma general para las cónicas $Ax^2+ Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F = 0$, queda:

$$x^2+ 4y^2-12x+24y+36 +36-16 = 0$$

- Reduciendo términos, se obtiene la ecuación de forma general, solicitada:

$$x^2+ 4y^2-12x+24y+56 = 0$$

$$x^2+ 4y^2-12x+24y+56 = 0$$

Donde:

$A=1$

$B=0$

$C=4$

$D=-12$

$E=24$

$F=56$

CONOCE +

https://es.khanacademy.org/math/eb-3-semestre-bachillerato-nme/x4b655b3cb9bfe4eb:ecuacion-de-la-elipse
https://youtu.be/P-PhOy9F7Sg
https://youtu.be/ZZtG_9k6UeA

Actividad de aprendizaje 2

Instrucciones. Lee con cuidado los siguientes reactivos y resuélvelos.

1. Encontrar los elementos necesarios $C(h,k)$, V_1, V_2, “a”, “b”, “c”, F_1, F_2, “Lr”, para trazar la representación gráfica de la elipse, a partir de la siguiente ecuación ordinaria:

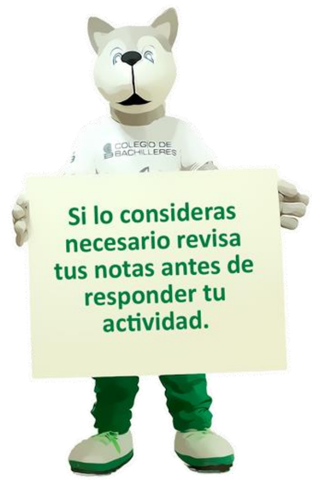
$$\frac{(x-1)^2}{36}+\frac{(y+2)^2}{9}=1$$

2. Encontrar los elementos necesarios $C(h,k)$, V_1, V_2, “a”, “b”, “c”, F_1, F_2, “Lr”, para trazar la representación gráfica de la elipse, a partir de la siguiente ecuación ordinaria:

$$\frac{(x-3)^2}{9}+\frac{(y-5)^2}{25}=1$$

3. Determina la ecuación general de la elipse representada por la siguiente ecuación ordinaria.

$$\frac{(x+2)^2}{9}+\frac{(y-3)^2}{16}=1$$



Durante el desarrollo del Corte de aprendizaje 2, se plantearon preguntas que te animaron a reflexionar acerca de los conceptos básicos de la parábola y la elipse; ahora determina tu desempeño acerca de lo que aprendiste.

Actividad	Realizado	Debo poner más empeño, porque…
Destiné un tiempo para resolver esta guía		
Fui realizando los procedimientos de los ejercicios resueltos		
Consulté mis apuntes para comprender y reforzar mis aprendizajes		
En el apartado: *Actividad de aprendizaje*, ¿me detuve a leerlo y a reflexionar lo cuestionado?		
Consulte las páginas del apartado *CONOCE* + Para reforzar mis conocimientos		

FUENTES CONSULTADAS

En esta sección podrás conocer cuáles fueron las lecturas y documentos que se tomaron en cuenta para la realización de este material.

Libros

- ✓ Chávez Pérez, G.X. (2007). Compendio fascicular, Matemáticas IV, Geometría Analítica. (Fascículo 3. Elipse e Hipérbola). México. Editorial Limusa, S. A. de C. V.
- ✓ Feliciano, A. (2011). Geometría Analítica. México. Universidad Autónoma de Guerrero (UAG).
- ✓ Fracción del formulario, tomado del examen de ACRESP–MAT 3–304A–18A. Matemáticas III. Dirección General del Colegio de Bachilleres.
- ✓ Lehmann, C. (1989). Geometría Analítica. (Décimo tercera reimpresión). México. Noriega Editores.
- ✓ Wooton, W. (1985). *Geometría Analítica Moderna* (Tercera reimpresión). México. Publicaciones Cultural S. A. de C.V.

Sitios web

- ✓ La parábola como lugar geométrico. 19/02/2012. Publicado por El origami y las Matemáticas. http://elorigamiylasmatemticas.blogspot.com/2012/02/la-parabola-como-lugar-geometrico.html

- ✓ Elipse como lugar geométrico. Proyecto Arquímedes. 2017.Octavio Fonseca Ramos https://www.rua.unam.mx/portal/recursos/ficha/3156/elipse-como-lugar-geometrico

- ✓ Elipse como lugar geométrico. Proyecto Arquímedes. (Actualización). 2019. Octavio Fonseca Ramos https://www.redi.codeic.unam.mx/lecciones/lecciones/geo/2_092/index.html

ORIGEN Y REPRESENTACIÓN GENERAL DE LAS CÓNICAS

Aprendizajes esperados:

- Dibuja un cono y visualiza cortes prototípicos (circunferencia, elipse, parábola e hipérbola).
- Analiza los elementos y la estructura de la ecuación general de segundo grado para las cónicas.

PROPÓSITO

Al finalizar este corte desarrollarás habilidades de visualización, representación y generalización sobre las cónicas con el fin de fundamentar su origen y relacionar las cónicas con la ecuación general de segundo grado.

RECOMENDACIÓN

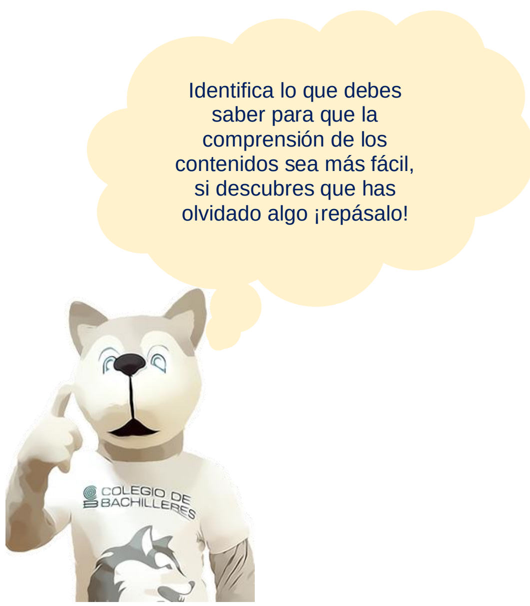
Te sugerimos, revises los aprendizajes esperados antes de iniciar con el estudio del corte, realiza las anotaciones que sean necesarias.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Para asegurar una mejor comprensión de los conocimientos que se revisarán en este corte, es preciso contar con los siguientes conocimientos previos:

Conocimientos previos necesarios:

- Manejo del plano de coordenadas
- Manejo del concepto de lugar geométrico
- Identificar la ecuación de una curva



EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Con la finalidad de conocer tus habilidades, el dominio de los conocimientos previos y que reconozcas fácilmente tus dudas, resuelve los ejercicios que conforman la Evaluación Diagnóstica.

1. Sugiere las coordenadas de 5 puntos

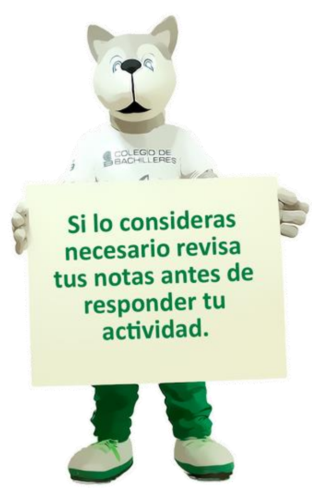
2. ¿Qué se entiende por ecuación de una curva?

3. Determina si el punto $(3, -2)$ está en la curva cuya ecuación es $x^2 + y^2 = 6y + 3$.

4. Un punto se mueve de tal manera que su distancia al punto (-1, 2) es siempre igual a 6. Determinar la ecuación de su lugar geométrico.

5. Cuál es el nombre del lugar geométrico que genera un punto que se mueve de tal manera que su distancia al eje y disminuida en 4 es siempre igual al doble de su distancia al eje x.

6. Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia al eje y es siempre igual a su distancia del punto (6, 0).



CONTENIDOS

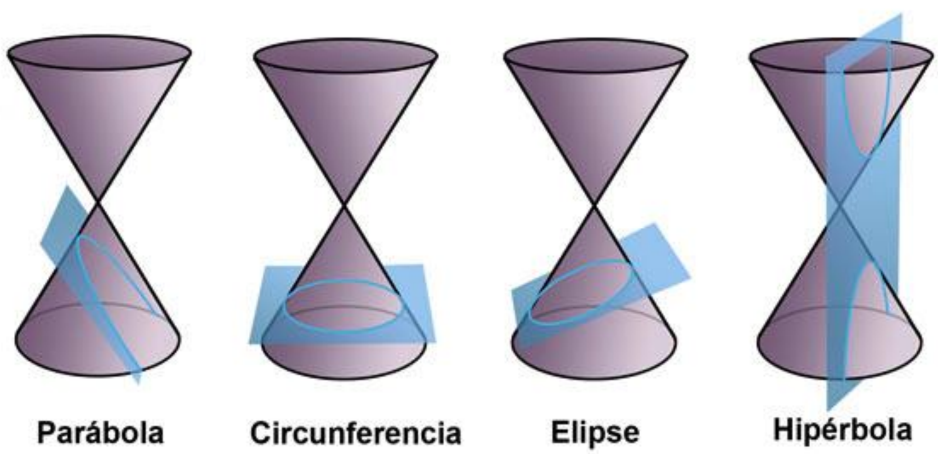
A continuación, encontrarás una serie de contenidos que te servirán de apoyo para el logro del propósito del corte 3.

Secciones cónicas

A lo largo de este documento se han analizado los lugares geométricos y sus características, en este apartado se describirá la manera como se generan a partir de un cono y la forma de distinguir las ecuaciones que las representan.

Las secciones cónicas fueron definidas por los antiguos griegos durante el periodo 600 a. C. a 300 a. C, ellos tenían interés en describir las características geométricas de las cónicas. En el siglo XVII inició la aplicación amplia de las cónicas y tuvo un papel sobresaliente en el desarrollo inicial del cálculo. [9]

Una sección cónica, también llamada simplemente cónica, es la sección creada a partir del corte de un plano a un cono doble, conos opuestos por el vértice como se muestra en la figura. Las cuatro cónicas básicas son: la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola.

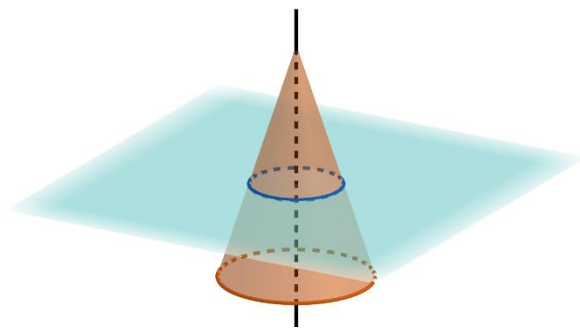


[10]

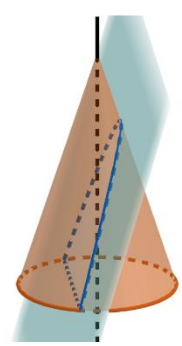
[9] Larson, R., Hostetler, R. (2010) Precálculo. Editorial Reverté. Septima edición.
[10] Ortega López, J. A. (s. f.) Secciones cónicas. Recuperado de: https://sites.google.com/site/angelopex/quinto-parc/rectas-y-planos-en-3d

Para generar cada una de las cónicas el plano secante debe tener una posición particular.

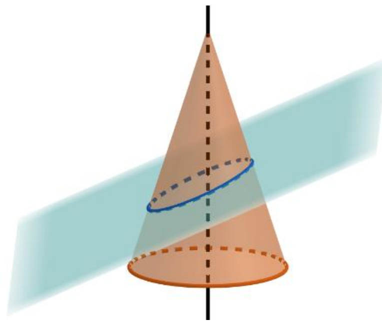
- La **circunferencia** se obtiene si un plano con posición perpendicular al eje del cono corta una de las mitades de un cono doble. La circunferencia se puede definir como el lugar geométrico formado por los puntos de un plano que equidistan (están a la misma distancia) de un punto fijo llamado centro. Son un sinfín de aplicaciones en las cuáles se utilizan círculos y circunferencias, algunos ejemplos son: arquitectura, los objetivos de cámaras fotográficas, las señales de tráfico, transporte, deportes, los discos de música, las ruedas, etc.



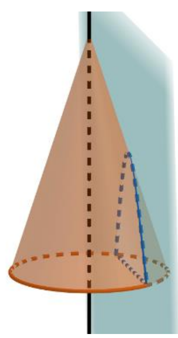
- La **parábola** se determina si un plano, paralelo a la generatriz del cono, interseca una de las dos mitades de un cono doble, sin pasar por el vértice. La parábola, es el lugar geométrico formada por los puntos de un plano que equidistan de una recta y otro punto que no pertenece a la propia recta llamado foco. Se puede encontrar la parábola en la trayectoria de cualquier objeto que se tire hacia arriba y hacia delante a la vez (tiro parabólico). Una de las propiedades más útiles de una parábola es que cualquier recta perpendicular a su recta generatriz se refleja pasando siempre por el foco, son varias las aplicaciones de esta propiedad, un ejemplo, consiste en concentrar los rayos del sol para generar un horno solar. Dicha propiedad se puede aplicar en la forma inversa, por ejemplo, al dirigir en línea recta los rayos que salen de una bombilla en el foco de un coche. Otras aplicaciones de la parábola: detectores de radar, reflectores luminosos, forma de los telescopios, etc.



- La **elipse** se genera mediante la intersección de un plano, que forma un ángulo oblicuo con el eje del cono, y un cono. Como lugar geométrico, se puede definir como el conjunto de los puntos que cumplen que la suma de sus distancias a otros dos puntos llamados focos es constante. Una de las propiedades más aplicadas consiste en que las ondas que salen de uno de sus focos llegan siempre al otro después de "rebotar" en la elipse. Esta situación hace que, si desde un foco se emite una onda de sonido, esta se concentra en el otro foco. Esta propiedad de la elipse sirve para la realización de ciertas intervenciones quirúrgicas en las personas. Otros sitios en los que se puede encontrar a la elipse son: órbitas de los planetas, engranajes elípticos, óptica, arquitectura, etc.



- La última de las cónicas es la **hipérbola**, ésta se genera a partir de un plano paralelo al eje del cono, que interseca al cono, se puede definir como el conjunto de todos los puntos tales que la diferencia entre las distancias a otros dos puntos llamados focos es siempre constante. Las hipérbolas se pueden encontrar, por ejemplo, en la forma de las torres de enfriamiento de las centrales nucleares, son la base de los sistemas de navegación, etc.



CONOCE +

https://youtu.be/4j_v-uJMvxU
https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath_help/spanish/topics
sections-and-standard-forms-of-equations

Actividad de aprendizaje 1

1. Completa las siguientes oraciones:

   a) Cuál es el nombre por el cual se conocen las curvas que se generan al cortar un cono con un plano ______________________.

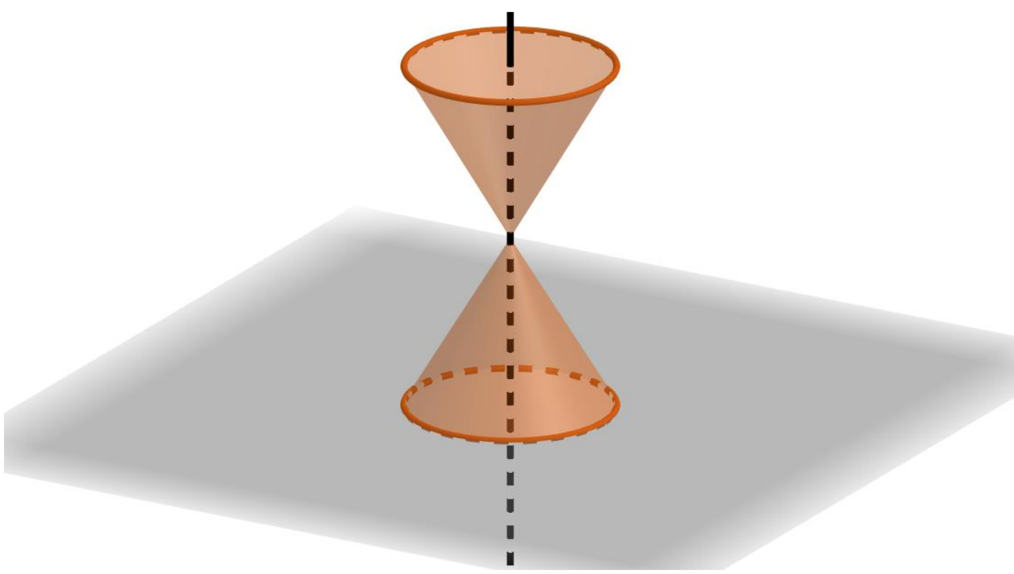
   b) A una colección de puntos que satisfacen una propiedad geométrica también se le conoce como un ______________________________.

2. Contesta los siguientes reactivos

   a) Menciona una aplicación de la parábola en la vida práctica.

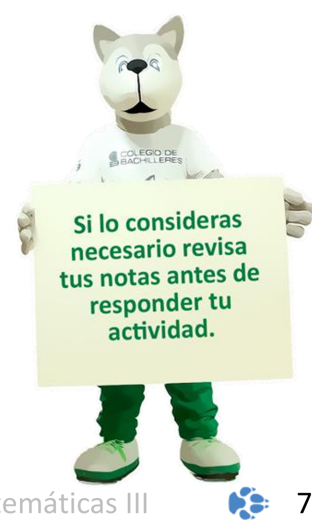
   b) Escribe una aplicación de la hipérbola en la vida práctica.

3. Describe la posición de un plano con relación al cono, para obtener la sección cónica que se menciona.



a) Parábola

b) Circunferencia



Ecuación General de segundo grado

Una ecuación de la forma $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, , se le conoce como ecuación general de segundo grado y es una ecuación con dos variables, que se mayor exponente es el dos. Esta ecuación es la descripción analítica de las cónica y con base en el análisis de los coeficientes de los términos que integran la ecuación, se podrá conocer c cuál la cónica que describe.

Los criterios para identificar a la cónica que representa una ecuación de segundo grado, se presentan a continuación.

Caso 1

Cuando en la ecuación el valor del coeficiente B es igual a cero, es decir, no aparece el término xy, la ecuación que resulta es:

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

E indica que los ejes de la cónica que representa, son paralelos a los ejes cartesianos o coinciden con éstos. Para poder definir la cónica particular que representa, se hacen las siguientes consideraciones:

a) Si $A = C$, representa una circunferencia o un punto.

b) Si $A = 0$ ó $C = 0$, la cónica representada es una parábola.

c) Si $A \neq C$ y tienen el mismo signo se trata de una elipse o un punto

d) Si $A \neq C$ y son de signos contrarios, la ecuación representa una hipérbola.

e) Los coeficientes D y E permiten saber si el centro de la cónica (cuando lo hay), está fuera del origen, si $D = 0$ el centro está sobre el eje *y,* si $E = 0$ está sobre el eje x.

f) El valor de F indica que la cónica no pasa por el origen, si $F = 0$ la cónica si cruza por el origen.

Caso 2

Como en el caso 1, en la ecuación $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, los coeficientes A, B y C permiten identificar el tipo de cónica representada, inclusive cuando se trate de una cónica degenerada (punto, recta o par de puntos y con ejes oblicuos a los ejes cartesianos).

En el análisis de la ecuación general de segundo grado, a la expresión $I = b^2 - 4AC$ se le conoce como discriminante o indicador, y de acuerdo con su valor, permite definir cuál es la cónica representada por la ecuación.

a) Para el caso cuando $b^2 - 4AC = 0$, es una parábola, para el caso degenerado, un par de rectas paralelas o coincidentes.

b) Si $b^2 - 4AC < 0$, la ecuación describe una elipse, en el caso degenerado un punto.

c) Cuando $b^2 - 4AC > 0$, se trata de una hipérbola, para el caso degenerado un par de rectas que se cortan.

d) Los coeficientes D y $E,$ indican que el centro de la curva, cuando éste existe, se localiza fuera del origen, si $D = 0$ el centro está sobre el eje $y,$ y si $E = 0$, está sobre el eje $x.$

e) El valor del término F indica que la cónica no pasa por el origen, en cambio si $F = 0$, sí cruza por el origen.

Ejemplos:

Con base en el análisis de las ecuaciones, determina cuál es el tipo de cónica que representa cada una de ellas y sus carácterísticas.

1. $4x^2 + 4y^2 - 4x + 16y - 19 = 0$

- La ecuación carece del término en xy, entonces la ecuación pertenece al caso 1;
- $A = C = 4$, por lo tanto, la ecuación representa una circunferencia.
- $D \neq 0$ y $E \neq 0$, por lo que el centro de la circunferencia no está en el origen, ni sobre los ejes x o y.
- $F \neq 0$, por lo que la circunferencia no pasa por el origen.

2. $x^2 + 4y^2 + 8x - 16y + 28 = 0$

- La ecuación carece del término en xy, entonces la ecuación pertenece al caso 1;
- $A = 1$ y $C = 4$ por lo que son diferentes pero tienen el mismo signo, por lo tanto, la ecuación representa una elipse cuyos ejes son paralelos a los ejes de coordenadas.
- $D \neq 0$ y $E \neq 0$, por lo que el centro de la elipse no está en el origen, ni sobre los ejes x o y.
- $F \neq 0$, por lo que la elipse no pasa por el origen.

3. $-9x^2 + 4y^2 + 36x + 24y - 36 = 0$

- La ecuación carece del término en xy, entonces la ecuación pertenece al caso 1;
- $A = -9$ y $C = 4$ son de signos distintos, entonces la ecuación representa una hipérbola.
- $D \neq 0$ y $E \neq 0$, por lo que el centro de la hipérbola no está en el origen, ni sobre los ejes x o y.
- $F \neq 0$, por lo que la hipérbola no pasa por el origen.

4. $5x^2 + 4xy + 2y^2 - 24x - 12y + 29 = 0$

- La ecuación posee el término en xy, el término $B = 0$ entonces la ecuación pertenece al caso 2
- $I = B^2 - 4AC = 4^2 - 4(5)(2) = -24$, entonces la ecuación es del genero elipse.
- $D \neq 0$ y $E \neq 0$, por lo que el centro de la elipse no está en el origen, ni sobre los ejes x o y.
- $F \neq 0$, por lo que la elipse no pasa por el origen.

https://youtu.be/cRIP9Ox_hlw
https://youtu.be/wqXhQz76BCA
https://youtu.be/FQY7L4dK3Ho

Actividad de Aprendizaje 2

Determinar el tipo de cónica que representa cada ecuación, por medio del análisis de los coeficientes de los términos que la conforman.

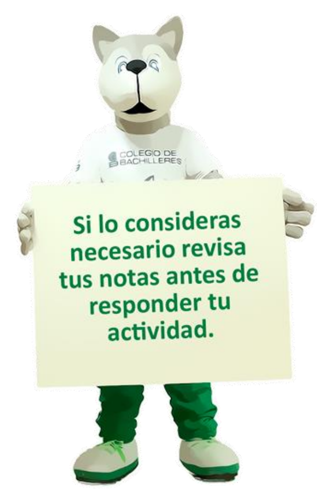
1. $y^2 - 8x - 10y + 49 = 0$

2. $25x^2 + 16x + 200x - 32y - 16 = 0$

3. $x^2 + y^2 - 2x + 14y + 34 = 0$

4. $9x^2 - 4y^2 + 90x + 24y + 153 = 0$

5. $5x^2 + 3y^2 - 20x + 36y + 113 = 0$



AUTOEVALUACIÓN

Durante el desarrollo del Corte de aprendizaje 3, se plantearon preguntas que te animaron a reflexionar acerca de los conceptos básicos sobre la generación de las cónicas y la ecuación general de segundo grado; ahora determina tu desempeño acerca de lo que aprendiste.

Actividad	Realizado	Debo poner más empeño, porque…
Destiné un tiempo para resolver esta guía		
Fui realizando los procedimientos de los ejercicios resueltos		
Consulté mis apuntes para comprender y reforzar mis aprendizajes		
En el apartado: *Actividad de aprendizaje*, ¿me detuve a leerlo y a reflexionar lo cuestionado?		
Consulte las páginas del apartado *Conoce* + Para reforzar mis conocimientos		

FUENTES CONSULTADAS

En esta sección podrás conocer cuáles fueron las lecturas y documentos que se tomaron en cuenta para la realización de este material.

Libros

- Lehmann, C. H.(1993). *Geometría Analítica*. Primera edición, primera reimpresión. México: Limusa
- Larson, R., Hostetler, R. (2010) *Precálculo*. Septima edición. Editorial Reverté.
- Smith, Stanley, A. (1998). *Álgebra, trigonometría y geometría analítica.* Primera edición México: Addison Wesley.
- Zill, D. G., Dewar, J. M. (2012. *Álgebra, trigonometría y geometría analítica.* Tercera edición. México: McGraw-Hill.

Sitios web

- Escuela Nacional Preparatoria 5. UNAM. VII. Ecuación General de Segundo Grado. http://www.prepa5.unam.mx/wwwP5/profesor/publicacionMate/11VII.pdf. Consultado septiembre 2020.

EVALUACIÓN FINAL

Instrucciones. Para que puedas evaluar y autorregular tu aprendizaje, contesta las preguntas que se te formulan, escribiendo detalladamente el procedimiento que realizaste.

1. Ubica dentro de un plano los siguientes vértices: A (0, -2), B (-3, -1), C (2, 6) y realiza el trazo para completar la figura.

2. Grafica los puntos A (2, -1), B (-5, 6), en el plano, calcula la distancia entre ellos y el punto medio.

3. Determina la ecuación de la recta cuya pendiente es $m = -\frac{5}{7}$ y pasa por el punto (4, -3).

4. Halla la ecuación de la recta en su forma pendiente – ordenada al origen, con pendiente es 2 y pasa por M (0, -2).

5. Halla la ecuación general de la recta que pasa por los puntos P_1 (-5, 6) y P_2 (5, -1) y grafícala.

6. Determina la ecuación general de la circunferencia con C (3, -1) y radio =4

7. A partir de la ecuación: $x^2 + y^2 + 14x - 8y + 29 = 0,$ halla las coordenadas del centro y valor del radio

8. Determina la ecuación ordinaria de la parábola con vértice en el origen y directriz y=3.

9. ¿Cuál es la ecuación ordinaria de la parábola con Foco en (0,1) y Directriz y=1?

10. Obtén las coordenadas del Vértice “V”, las coordenadas de Foco “F”, la ecuación de su directriz “D” y el valor del parámetro “p” a partir de la siguiente ecuación ordinaria de la parábola:

$$(x-3)^2 = 16(y+1)$$

11. Encuentra los siguientes elementos de la elipse: C(h,k), “a”, “b”, “c”, “e”, a partir de la siguiente ecuación ordinaria:

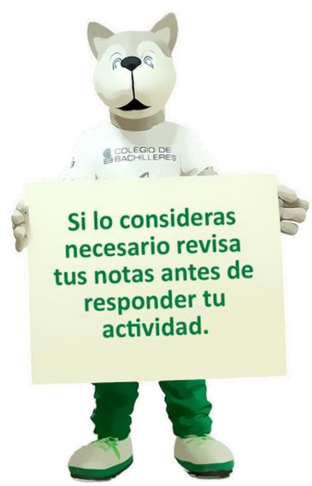
$$\frac{(x+6)^2}{9}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$$

12. Describe la posición de un plano con relación al cono, para obtener una hipérbola.

13. Menciona una aplicación en la vida práctica de la circunferencia.

14. Determina el tipo de cónica que representa la ecuación
$9x^2 - 25y^2 + 54x + 250y - 803 = 0$.

15. ¿Cuál es el tipo de cónica que representa la ecuación $x^2 + y^2 - 14x - 8y + 57 = 0$?



PLAN 2014
ACTUALIZADO

Somos Lobos Grises,
somos Bachilleres